

A2026 – SI PSI



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TELECOM PARIS, MINES PARISTECH,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT Atlantique, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

L'énoncé de cette épreuve comporte 9 pages de texte et 7 pages regroupant 7 annexes.

Le travail doit être reporté sur le cahier de réponses de 14 pages distribué avec le sujet. Un seul cahier de réponses est fourni au candidat, dont toutes les feuilles seront obligatoirement rendues à la fin de l'épreuve. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.

Pour valider ce cahier réponses, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, sa date de naissance, son nom, son prénom, son numéro d'inscription et sa signature.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés selon les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France. Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Pour chaque axe X et Y, des Moteurs Linéaires Synchrones (MLS) sont employés et composés d'un inducteur et d'un induit en mouvement relatif de translation. En particulier l'inducteur n'est pas en contact direct avec l'induit. Chaque inducteur est rigidement lié à un rail permettant d'assurer le guidage en translation linéaire de l'induit (par contact direct) avec le carter machine. Les rails sont rigidement liés au carter machine.

Concernant l'axe X : un seul MLS est employé et l'ensemble (induit X + miroir de découpe) est en mouvement de translation selon \vec{X} par rapport à l'ensemble (inducteur X + rail X + carter machine).

Concernant l'axe Y : deux MLS sont utilisés pour assurer le guidage en translation de la plaque guide, rigidement liée aux deux induits Y1 et Y2, par rapport au carter machine.

Question 1. À partir de la description précédente, compléter le schéma cinématique en considérant les 3 sous-ensembles cinématiques Ensemble X : (induit X + miroir de découpe), Ensemble Y : (induits Y1 et Y2 + plaque guide) puis Ensemble Carter : (carter machine + inducteur et rail X + inducteur et rail Y1 et Y2 + source laser + périscope).

Question 2. Compléter le graphe des liaisons. Définir la mobilité cinématique m_c et calculer le degré d'hyperstatisme h du modèle. Commenter la valeur obtenue au regard de l'exigence 1.1.1.

Le contrôle précis de la position relative de la zone de contact faisceau laser/plaque guide est directement lié à la qualité de réalisation et d'assemblage des guidages linéaires en translation des axes X et Y avec le carter machine.

2.2. Réalisation du guidage linéaire en translation pour l'axe Y et montage

Chaque MLS est doté d'un guidage linéaire en translation réglé en usine. Ce guidage dispose notamment d'une partie liée à l'induit en contact direct avec un rail fixé sur le carter machine. Ces éléments ne sont pas modifiables par le concepteur de la machine. On rappelle que l'inducteur et l'induit ne sont pas en contact direct.

Question 3. À partir des schémas proposés, entourer le(s) type(s) de défaut(s) géométrique(s) qui rend(ent) impossible le montage du système.

Il est alors nécessaire d'assembler au mieux les rails Y1 et Y2 pour guidage linéaire par rapport au carter machine. En ce sens, on s'intéresse à la réalisation de l'encastrement entre le rail de guidage et le carter. Le concepteur propose de procéder en deux temps : mise en position des éléments, puis maintien en position.

La mise en position se fait par contact surfacique direct entre rail et carter. La mise en position précise consiste en l'utilisation de piges, montées dans le carter machine sur leur partie basse et mises en contact direct avec le rail. Le maintien en position est ensuite réalisé à l'aide de brides. Chaque élément est indiqué en **Annexe 3**.

Dans un premier temps, on se limite à la mise en position des rails en contact direct sur le carter machine, en l'absence des piges et des brides de fixation.

Question 4. Modéliser le contact entre le rail Y1 et le carter machine par une liaison cinématique appropriée. Préciser ses caractéristiques géométriques.

La mise en position précise de chaque rail Y1 et Y2 se fait par deux piges dont le diamètre est rigoureusement contrôlé. Ces piges, positionnées dans deux perçages dans le carter machine comme indiqué en **Annexe 3**, sont considérées comme rigidement liées au carter. Elles servent ainsi de référence pour définir les points de contacts (notés M_i) entre rail et piges. On considère que chaque contact est modélisé par une liaison sphère plan dont le contact se fait en M_i et dont la normale est à déterminer.

Question 5. Pour le rail Y1 du premier MLS seulement et à partir du graphe des liaisons fourni à compléter, définir la liaison équivalente entre le rail Y1 et l'ensemble carter et piges. Donner ses caractéristiques géométriques.

Question 6. Préciser quel(s) défaut(s) géométrique(s) (parmi ceux définis question 3) sont compensés par ce choix de montage.

Dans un deuxième temps, on réalise le maintien en position des rails Y1 et Y2 à l'aide des brides de fixation comme définies en **Annexe 3**.

Question 7. Indiquer s'il y a impact ou non sur la mise en position précédente. Conclure vis-à-vis de l'exigence 1.1.2.

3. Restriction du cadre de l'étude

Dans la suite de l'épreuve, l'attention sera portée sur le seul axe X.

Pour répondre aux exigences du cahier des charges, les objectifs sont de :

- définir le temps de cycle de gravure permettant d'obtenir les meilleures performances optiques, notamment *via* la vitesse de déplacement de l'induit et son accélération (exigence 1.2 étudiée en **partie 4**) ;
- comparer pour justifier le choix d'un MLS par rapport à un ensemble moteur rotatif doté d'une transmission de mouvement par vis-écrou (exigence 1.3.1 étudiée en **partie 5**) ;
- modéliser et vérifier (par son dimensionnement mécanique), le choix du MLS sur la base des caractéristiques dynamiques visées pour l'axe (exigence 1.3.2 étudiée en **partie 6**) ;
- analyser et modéliser le comportement électromécanique d'un MLS pour comprendre les spécificités de son contrôle commande (exigence 1.3.3 étudiée en **partie 7**) ;
- concevoir l'asservissement du MLS par le choix notamment des boucles d'asservissement (exigences 1.3.4 et 1.3.5 étudiées en **partie 8**).

La **partie 9** est une synthèse du sujet.

4. Étude de la durée d'un cycle de gravure pour l'axe X (exigence 1.2)

Pour contrôler la qualité de la gravure, il est nécessaire de maintenir une vitesse constante dans la zone utile de la plaque guide. La commande envisagée est dite en « trapèze symétrique de vitesse » comme définie ci-dessous (**Figure 5**) :

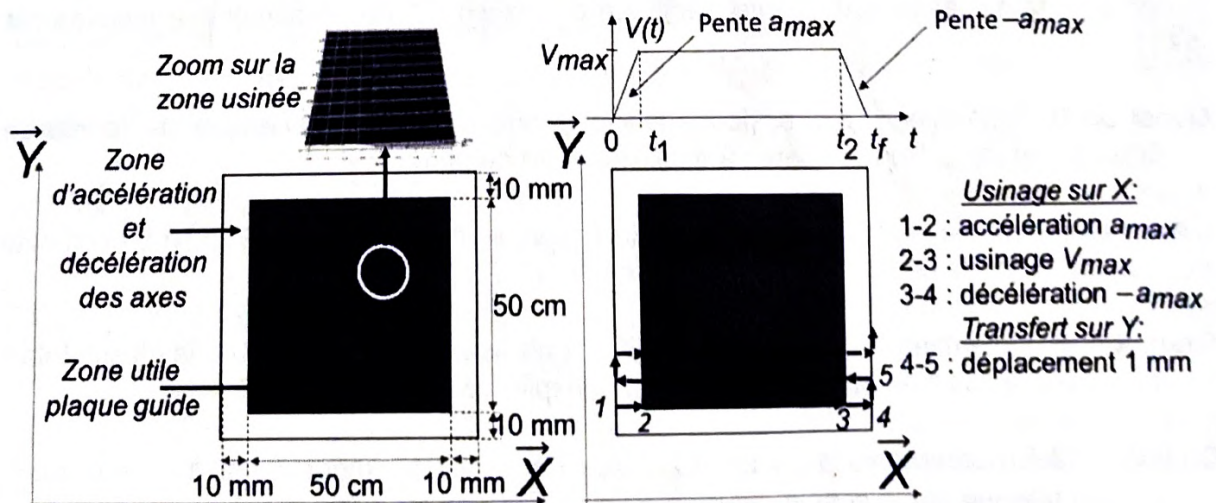


Figure 5 : Loi de commande en « trapèze de vitesse »

Question 8. Justifier simplement le recours à une commande en trapèze symétrique par rapport à une commande en échelon de vitesse. Tracer l'allure du profil d'accélération et de position de l'induit X.

Des essais de gravure sur des plaques tests ont permis de mettre en évidence une vitesse optimale de $V_{max}=1 \text{ m.s}^{-1}$.

Par ailleurs des accélérations et décélérations trop importantes ont généré des vibrations et ont dégradé la qualité de la gravure. Le concepteur a donc limité l'accélération maximale à $a_{max}=20 \text{ m.s}^{-2}$.

On donne en **Figure 5** ci-dessus la succession des cycles de gravure horizontale. Le même type de schéma est mis en place verticalement. On note t_f le temps de cycle (1-2-3-4) et $d = 52 \text{ cm}$ la distance parcourue.

Pour une plaque guide de dimensions maximales, la durée de gravure ne doit pas excéder un temps maximum pour maintenir une productivité correcte de la machine.

Hypothèses :

- N lignes horizontales et N lignes verticales à réaliser ;
- temps mis pour le transfert d'une ligne à l'autre négligé.

Question 9. Déterminer analytiquement le temps t_f en fonction de (d, a_{max}, V_{max}) puis numériquement. En déduire la durée T d'un cycle de gravure de plaque en fonction de (N, t_f) . Effectuer l'application numérique. Conclure vis-à-vis des exigences 1.2.1 et 1.2.2.

5. Comparaison entre MLS et (moteur rotatif + système vis écrou) (exigences 1.3.1 et 1.3.2)

L'une des particularités du système étudié réside dans l'emploi d'un moteur linéaire synchrone : en effet, comme indiqué sur l'**Annexe 2**, il ne dispose d'aucune pièce en mouvement de rotation.

Pour justifier simplement l'intérêt de cette structure en lien avec les exigences 1.3.1 et 1.3.2, il est proposé de la comparer à une structure plus classique du type moteur rotatif associé à un ensemble vis-écrou à billes pour assurer la transformation de mouvement rotation – translation.

Le modèle cinématique simplifié ainsi que les valeurs numériques caractéristiques de la transmission proposée sont données sur le document réponses.

On note m_{eq1} la masse équivalente, ramenée à la pièce (2), de l'ensemble en mouvement (1+2).

Question 10. Déterminer l'expression analytique puis la valeur numérique de la masse équivalente m_{eq1} . Vous veillerez à expliciter votre démarche.

L'**Annexe 4** fournit la modélisation géométrique retenue pour l'axe X doté d'un MLS et on note m_{eq2} la masse totale de l'ensemble en mouvement (1+2).

Question 11. Déterminer l'expression analytique puis la valeur numérique de la masse totale m_{eq2} dans le cas d'un MLS. Vous veillerez à expliciter votre démarche.

Question 12. En comparant m_{eq1} et m_{eq2} , conclure qualitativement quant à l'intérêt de la solution retenue par le constructeur vis-à-vis des exigences 1.3.1 et 1.3.2.

Une étude complémentaire permettrait également de montrer qu'aux vitesses envisagées par l'application, le dispositif vis écrou à billes présente des risques importants de vibration. En conclusion, le MLS est retenu et va être modélisé puis dimensionné.

6. Modélisation et dimensionnement d'un MLS (exigence 1.3.2)

En lien avec l'exigence 1.3.2, on cherche à présent à vérifier le dimensionnement du MLS choisi pour l'axe X. On donne pour cela en **Annexe 4** la modélisation géométrique et des actions mécaniques retenues ainsi que les caractéristiques mécaniques de la motorisation et du guidage en termes d'efforts limites à ne pas dépasser.

6.1 Dimensionnement dynamique du MLS

Dans un premier temps, on considère comme parfaite la liaison entre les sous-ensembles notés (0) et (1). On donne en **Annexe 4** les valeurs limites des efforts admissibles par le MLS.

Question 13. Déterminer la loi de mouvement de l'axe X reliant $F_m, m_1, m_2, \frac{d^2x}{dt^2}(t)$. Expliciter votre démarche (ensemble isolé, théorème utilisé, hypothèses faites).

Question 14. Pour la loi de mouvement définie en **partie 4** et dans la phase de mouvement à justifier (intervalle de temps à définir), calculer la force motrice nécessaire. Conclure vis-à-vis du moteur et sa capacité à produire cet effort en lien avec l'exigence 1.3.2.

Le torseur des actions mécaniques transmissibles du solide i sur le solide j sera noté :

$$\{T_{i \rightarrow j}\}: \begin{cases} \vec{R}_{i \rightarrow j} = X_{ij} \cdot \vec{X} + Y_{ij} \cdot \vec{Y} + Z_{ij} \cdot \vec{Z} \\ \vec{M}_{P, i \rightarrow j} = L_{ij} \cdot \vec{X} + M_{ij} \cdot \vec{Y} + N_{ij} \cdot \vec{Z} \end{cases}$$

Question 15. Sous hypothèse d'une liaison glissière entre 0 et 1 parfaite, donner la forme de $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ au point M .

De par la nature des éléments de guidages choisis, les efforts dans le guidage en translation du MLS ne peuvent pas dépasser certains seuils définis dans l'**Annexe 4**.

Question 16. Déterminer l'expression analytique des inconnues d'efforts non nulles de $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ au point M en fonction des données du problème. Expliciter votre démarche.

Question 17. Pour la loi de mouvement définie en **partie 4** et dans la phase de mouvement la plus contraignante à justifier (intervalle de temps à définir), donner les valeurs numériques des composantes non nulles de $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ au point M . Conclure vis-à-vis du guidage intégré au moteur et sa capacité à supporter ces efforts, en lien avec l'exigence 1.3.2.

6.2. Amélioration de la modélisation mécanique du MLS

Dans un deuxième temps, des essais expérimentaux sur le MLS permettent d'affiner son modèle dynamique par une évaluation des forces de frottement dans les guidages (suivant \vec{X} seulement) notées F_f en fonction de la vitesse de translation de l'axe $V(t) = \frac{dx}{dt}(t)$.

Le relevé expérimental, fourni sur le document réponses, donne l'ensemble des n points de mesure (F_{fi}, V_i) , $i \in [1, n]$ pour des vitesses positives uniquement.

On souhaite mettre en place une méthode numérique pour modéliser ce relevé sous la forme suivante : $y(V) = a \cdot V + b$

On définit la fonction $J(a, b)$ telle que : $J(a, b) = \sum_{i=1}^n e_i^2$ avec e_i comme défini sur le document réponses. Le problème consiste en la recherche d'un couple de valeurs (a, b) tel que :

$$\begin{cases} \frac{\partial J(a, b)}{\partial a} = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial J(a, b)}{\partial b} = 0 & (2) \end{cases}$$

Question 18. Nommer la méthode numérique décrite précédemment et préciser le type d'apprentissage associé. Nommer la fonction $J(a, b)$. Définir simplement en quoi consiste les équations (1) et (2). Donner l'expression analytique de l'écart e_i en fonction de F_{fi}, V_i, a, b .

Question 19. Après calculs, mettre le système sous la forme :

$$A_{11} \cdot a + A_{12} \cdot b = C_1 \quad (1)$$

$$A_{21} \cdot a + A_{22} \cdot b = C_2 \quad (2)$$

Les constantes $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, C_1, C_2$ seront exprimées en fonction de (F_f, V_f)

Question 20. Résoudre alors analytiquement le système précédent. Donner l'expression de (a, b) en fonction de (F_f, V_f) .

L'estimation numérique donne $a = 1,2 \text{ N.s.m}^{-1}$ et $b = 1,1 \text{ N}$.

En vue de la partie 8, on recherche à présent la modélisation à mettre en place sous un logiciel de simulation pour retranscrire le comportement de la fonction de transfert du moteur reliant $F_m(p)$ à $V(p)$. On donne pour cela plusieurs modèles ainsi que la représentation simplifiée des forces de frottement dans les deux sens de mouvement.

Question 21. Choisir dans le document réponses en le justifiant, le modèle le plus proche de la réalité, compatible avec les résultats de l'essai proposé. Pour le modèle retenu seulement, identifier les paramètres caractéristiques.

7. Modélisation du comportement électromécanique d'un MLS et étude du pilotage en couple (exigence 1.3.3)

Un courant alternatif sinusoïdal parcourt chaque enroulement. Grâce aux aimants permanents sur l'inducteur, il en résulte une force de poussée du moteur selon son axe, ici X .

La modélisation de la commande d'une machine synchrone alimentée par des courants triphasés nécessite un traitement particulier. Pour mettre en évidence l'importance de la régulation des courants injectés dans les enroulements, on propose la démarche simplifiée suivante.

Après changement de repère (transformation de Park), on peut montrer que les équations électriques d'un MLS se ramènent à celles de deux machines à courant continu comme présenté en **Annexe 5**. Ces résultats sont admis par la suite.

7.1. Génération de la force motrice F_m

Pour une machine à pôles lisses, on a $L_1=L_2$. On note alors $L=L_1=L_2$.

Question 22. Sous l'hypothèse de pôles lisses, montrer que l'on peut écrire $F_m(t)=A.i_2(t)$ où A est une constante à exprimer en fonction des constantes du modèle.

Pour une machine à courant continu, piloter le couple moteur revient à piloter le courant de l'induit. De manière analogue, le pilotage de la force motrice fournie par le MLS se fait par le contrôle du courant, noté ici i_2 .

Question 23. À partir de l'expression de la somme des puissances dissipées par effet Joules par les deux machines, justifier qu'il est pertinent de travailler avec $i_1(t)=0$.

7.2. Pilotage en courant

Par la suite, on considère que la condition $i_1(t)=0$ est réalisée. On propose à présent la structure de pilotage de la force motrice par contrôle du courant $i_2(t)$. On donne en **Annexe 5** le schéma-blocs simplifié résultant de l'étude précédente ainsi que le cahier des charges partiel de cette boucle en complément des exigences 1.3.3.1 et 1.3.3.2.

Question 24. Exprimer, en fonction des constantes électriques R et L du problème, la fonction de transfert $H_{\text{elec}}(p)$. La mettre sous forme canonique et en déduire l'expression de la constante de temps électrique notée τ_e .

Question 25. Au regard du cahier des charges, nommer et justifier le choix de correction proposée en **Annexe 5**. Préciser l'exigence réglée par ce choix.

Le correcteur est réglé de façon à compenser la constante de temps électrique τ_e .

Question 26. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)|_{E_2(p)=0}$ peut être mise sous la forme d'un système du premier ordre. Définir ses paramètres caractéristiques K_{BFi} , τ_{BFi} en fonction de L et K_j . Comment peut-on régler la rapidité de la boucle de courant ? Justifier puis conclure vis-à-vis de l'exigence 1.3.3.2.

En calant convenablement la constante de temps de la boucle de courant par rapport aux autres constantes caractéristiques du système (travail non demandé ici), on considèrera par la suite que la boucle de courant ainsi réglée permet d'assimiler le MLS à une source de force parfaite telle que $F_m(p) = A \cdot I_c(p)$.

8. Conception de l'asservissement d'un MLS

La partie précédente a permis de fournir un modèle simplifié du comportement électromécanique du MLS. Sur la base de ce modèle simplifié on se propose d'étudier la régulation en position de l'axe.

Pour assurer un bon positionnement de la tête de gravure un asservissement en position est mis en place. Il se présente sous la forme classique d'une régulation en cascade avec une boucle de vitesse et une boucle de position. La structure retenue est proposée en **Annexe 6**.

8.1. Étude de la boucle de vitesse (exigence 1.3.4)

Dans un premier temps, on cherche à optimiser la boucle de vitesse. Le schéma-bloc de la régulation en vitesse ainsi que le cahier des charges partiel associé sont rappelés en **Annexe 6**.

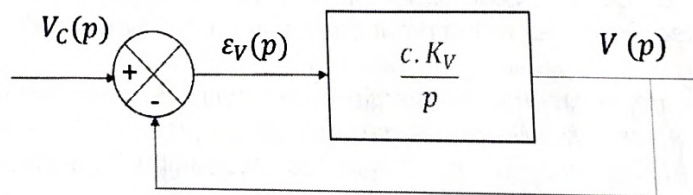
Dans un premier temps une correction proportionnelle est envisagée. Le correcteur sera pris de la forme $C_v(p) = K_v$.

Question 27. Justifier que cette correction ne permet pas de répondre à l'exigence de précision.

Dans un second temps une correction proportionnelle intégrale est envisagée. Le correcteur prend la forme $C_v(p) = K_v \cdot \left(1 + \frac{1}{T_v \cdot p}\right)$.

Question 28. Conclure quant à la pertinence de ce choix vis-à-vis de l'exigence de précision.

Un choix de constante de temps T_v du correcteur permet de simplifier la fonction de transfert en boucle ouverte de la boucle de vitesse. Le schéma blocs simplifié est alors le suivant :



Avec $c = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$

Question 29. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de vitesse que l'on écrira :

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_x}{1 + \tau_x p}$$

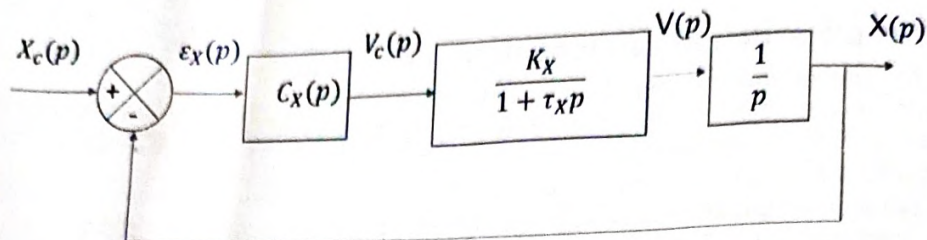
Donner les expressions de K_x et τ_x . Proposer une valeur de K_v permettant de respecter le critère de rapidité du cahier des charges.

Question 30. Conclure quant au respect de tous les critères du cahier des charges définis en **Annexe 6** pour la boucle de vitesse.

8.2. Étude de la boucle position (exigences 1.3.5.1 et 1.3.5.2)

Le choix du correcteur de la boucle de vitesse ayant été fait, il convient d'effectuer le réglage du correcteur de la boucle de position.

Après simplification du modèle de la boucle de vitesse, celui de la boucle de position peut se mettre sous la forme suivante :



Les valeurs numériques de K_X et τ_X sont déduites des résultats de la **Question 29**.

Pour régler la boucle de position au regard du cahier des charges, le choix se porte sur la synthèse d'un correcteur à avance de phase. En **Annexe 7** sont rappelées les caractéristiques de ce type de correcteur.

Le cahier des charges de la boucle de position donné en **Annexe 6**, précise les critères de réglage requis pour celle-ci.

Question 31. Justifier pourquoi ce correcteur permet de répondre à l'exigence en termes de précision.

Question 32. Déterminer l'expression analytique du gain en décibels de ce correcteur à la pulsation ω_m en fonction a et de K .

Le cahier de réponses donne la réponse fréquentielle de la fonction de transfert en boucle ouverte avant correction ($C_X(p) = 1 s^{-1}$).

Question 33. Proposer, dans un développement succinct les étapes de réglage du correcteur à avance de phase. Proposer notamment des valeurs numériques à donner à ω_m et φ_m .

Question 34. A partir de la réponse fréquentielle en boucle ouverte, mettre en œuvre cette démarche et proposer des valeurs des paramètres a , T et K du correcteur permettant de répondre au cahier des charges. Tous les tracés nécessaires devront être reportés sur le document réponses.

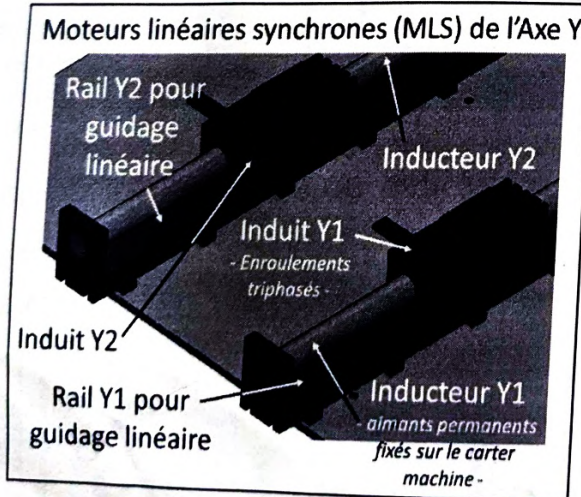
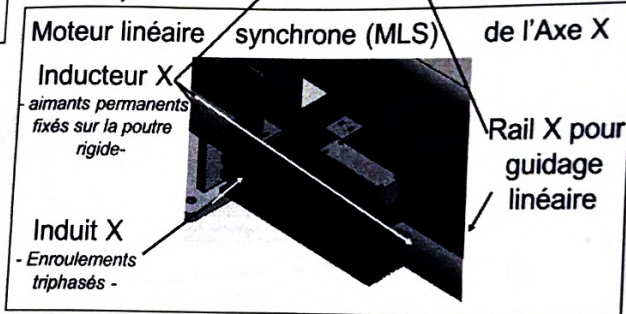
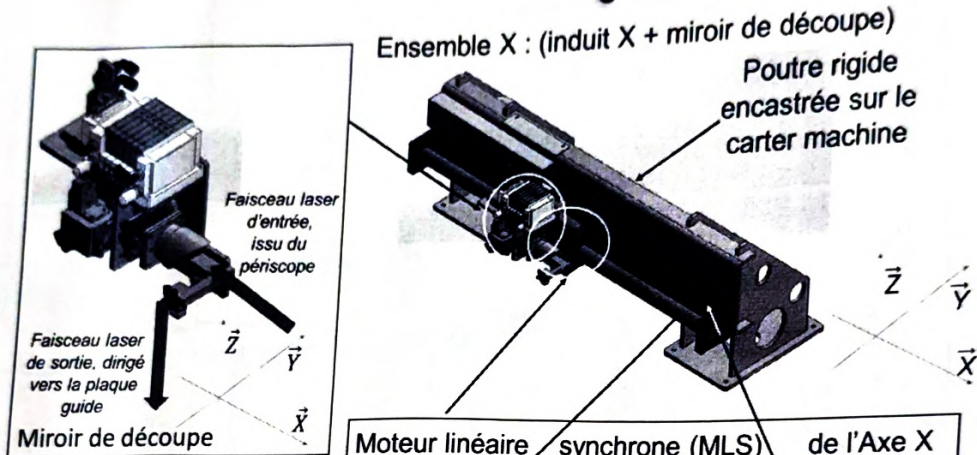
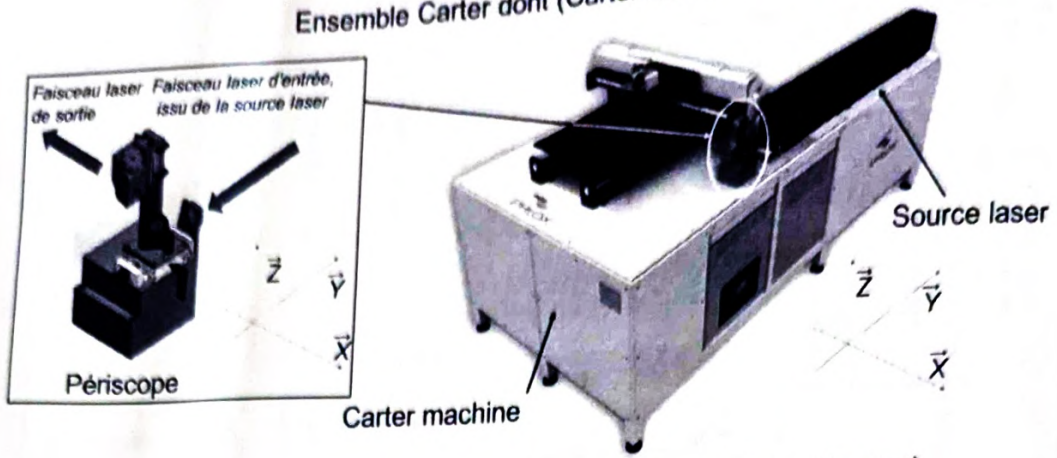
9. Synthèse

Après réglage du correcteur les courbes de réponse à un échelon unitaire ainsi que celle au au profil de position issu du trapèze de vitesse déterminé aux **Questions 8 et 9** sont données dans le document réponses.

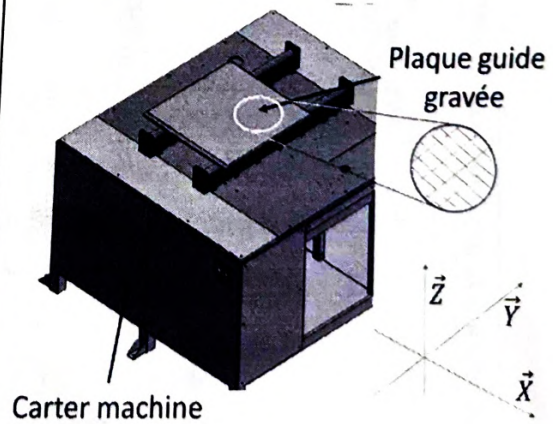
Question 35. Conclure, en reportant les tracés nécessaires, sur le respect du temps de réponse à 5% et le retard de traînage exigés par le cahier des charges.

Annexe 2 : Principaux constituants

Ensemble Carter dont (Carter machine + Source laser + Périscope)

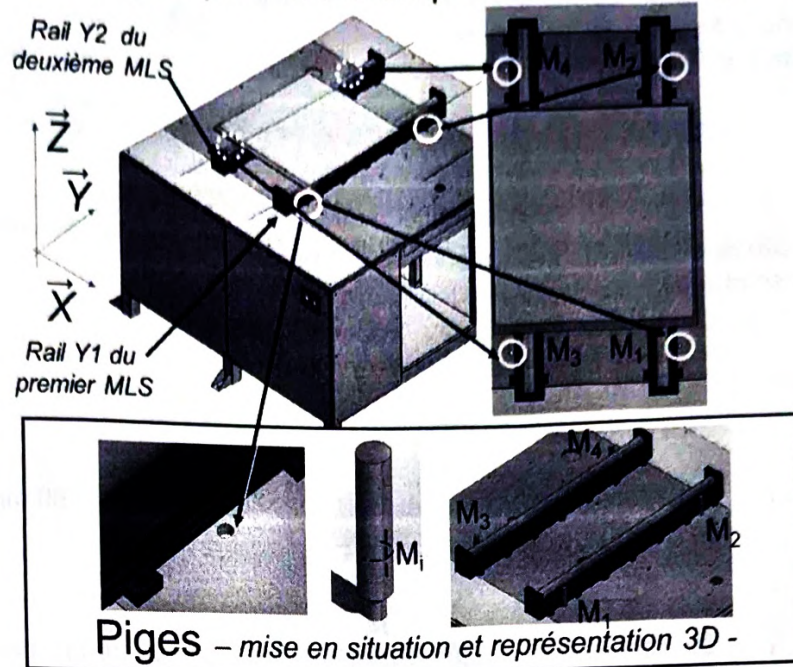


Ensemble Y : (induits Y1&2 + plaque guide)



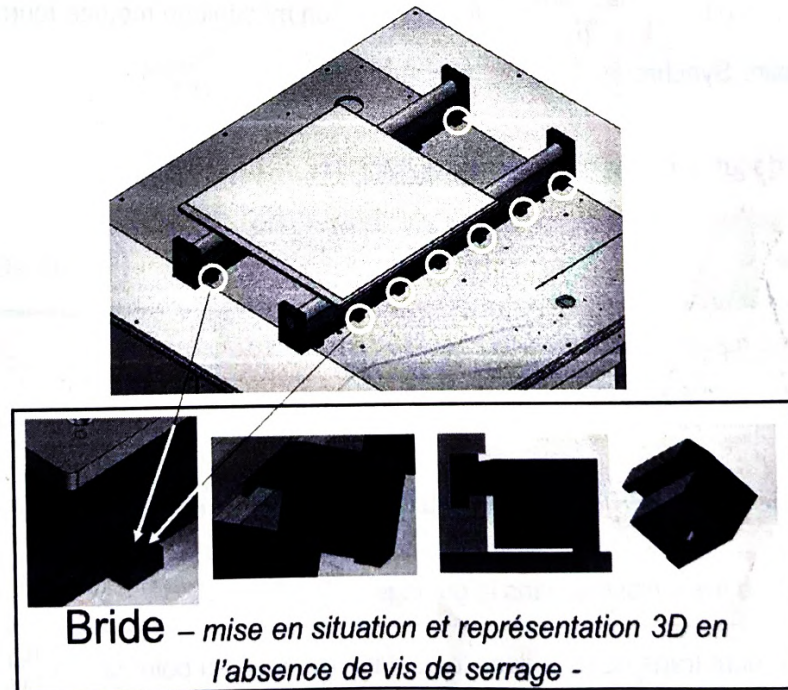
principe de la mise en position par contact direct et réglage par piges

Axe Y – Perçages pour mise en position des rails par piges



Principe de la fixation par brides

Axe Y - Brides de fixation des MLS



Annexe 4 : Modélisation de l'axe X et caractéristiques du MLS (1)

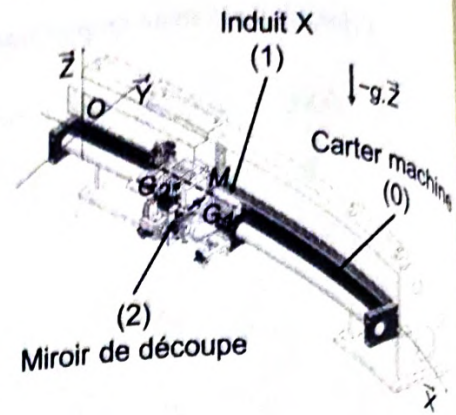
On donne :

- $R(O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ référentiel associé au carter machine (0), supposé galiléen ;
- G_1 centre d'inertie de l'induit X de la Machine Linéaire Synchrone (1), de masse $m_1 = 4$ kg et de matrice d'inertie :

$$[I(G_1, 1)] = \begin{bmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{bmatrix}_{(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})}$$

- G_2 centre d'inertie du Miroir de découpe (2), de masse $m_2 = 6$ kg et de matrice d'inertie :

$$[I(G_2, 2)] = \begin{bmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{bmatrix}_{(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})}$$



On paramètre : $\vec{OM} = x(t) \cdot \vec{X}$, $\vec{MG}_1 = -l \cdot \vec{Y}$ et $\vec{G}_1\vec{G}_2 = a \cdot \vec{Z} - b \cdot \vec{Y}$ avec $l = 100$ mm, $a = 70$ mm et $b = 100$ mm.

On note :

- $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ le torseur d'action mécanique transmissible de (0) sur (1), par le guidage en translation ;
- $\{T_{2 \rightarrow 1}\} : \begin{cases} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{G_1, 2 \rightarrow 1} \end{cases}$ le torseur d'action mécanique transmissible de (2) sur (1), par l'encastrement ;
- $\{T_{Moteur \rightarrow 1}\} : \begin{cases} \vec{F}_m = F_m \cdot \vec{X} \\ \vec{0} \end{cases}$ le torseur d'action mécanique motrice fourni par le Moteur Linéaire Synchrone.

Extrait de la documentation constructeur du MLS (1) :

MODEL Xx3804-3810
SERVOTUBE MODULE

dunkermotoren
linear systems

Force motrice maximale F_{m-max}	1000 N
Coefficient de conversion A	50 N.A ⁻¹

Pour une durée de vie de 100 000 km du guidage, le constructeur définit les limites suivantes :

Force maximale transmissible dans le guidage	$ Y_{01} < 1$ kN
	$ Z_{01} < 1$ kN
Moment maximum transmissible dans le guidage (ramené au point M du guidage)	$ L_{01} < 20$ N.m
	$ M_{01} < 80$ N.m
	$ N_{01} < 80$ N.m

Machine 1	Machine 2
$u_1(t) = R \cdot i_1(t) + \frac{d\varphi_1}{dt}(t) - e_1(t)$ $\varphi_1(t) = L_1 \cdot i_1(t) + \Phi$ $e_1(t) = K \cdot \varphi_2(t) \cdot V(t)$ $F_1(t) = K \cdot \varphi_2(t) \cdot i_1(t)$	$u_2(t) = R \cdot i_2(t) + \frac{d\varphi_2}{dt}(t) + e_2(t)$ $\varphi_2(t) = L_2 \cdot i_2(t)$ $e_2(t) = K \cdot \varphi_1(t) \cdot V(t)$ $F_2(t) = K \cdot \varphi_1(t) \cdot i_2(t)$

Avec :

- $u_1(t), u_2(t)$ les tensions d'alimentation des deux machines ;
- $i_1(t), i_2(t)$ l'intensité des courants dans les deux machines ;
- $\varphi_1(t), \varphi_2(t)$ les flux développés par les deux machines ;
- $e_1(t), e_2(t)$ les forces électromotrices induites par les deux machines ;
- L_1, L_2 les inductances des deux machines ;
- R la résistance des deux machines ;
- Φ le flux propre, constant, des aimants permanents.

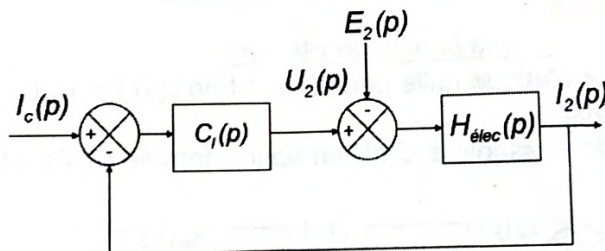
On note :

- $V(t) = \frac{dx}{dt}(t)$ la vitesse de translation du chariot,
- $F_m(t) = F_2(t) - F_1(t)$ la force motrice développée par les deux machines.

Modèle simplifié par schéma bloc du pilotage en courant :

Cahier des charges partiel de la boucle de courant en lien avec l'exigence 1.3.3 :

- Précision - erreur statique nulle pour une entrée $i_c(t) = I_0 \cdot u(t)$ où $u(t)$ est la fonction échelon de Heaviside ;
- Robustesse - erreur statique nulle consécutive à une perturbation en échelon ;
- Rapidité - temps de réponse à 5% optimal sans dépassement de la valeur de consigne.



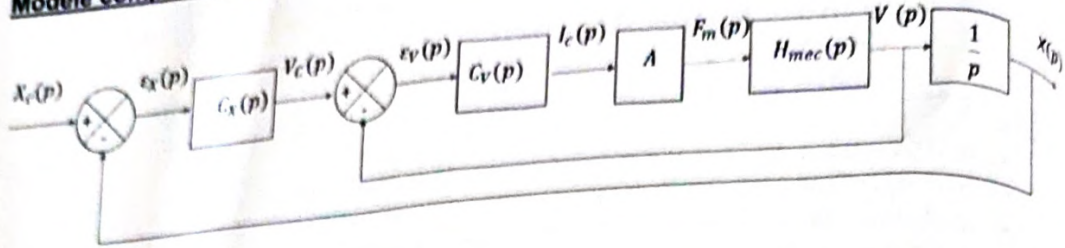
Avec :

- $I_2(p)$ la transformée de Laplace du courant $i_2(t)$;
- $E_2(p)$ la transformée de Laplace de la force électromotrice $e_2(t)$;
- $I_c(p)$ la transformée de Laplace du courant de commande $i_c(t)$.

On choisit $C_l(p) = K_l \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot p}\right)$

Annexe 6 : Modèle simplifié de l'asservissement en position de l'axe x

Modèle complet du schéma bloc du pilotage en position :



- On notera :
- $X_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de position $x_c(t)$;
 - $X(p)$ la transformée de Laplace de la position $x(t)$;
 - $V_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de vitesse $v_c(t)$;
 - $I_c(p)$ la transformée de Laplace du courant de commande $i_c(t)$;
 - $\epsilon_x(p)$ la transformée de Laplace de l'erreur en position $\epsilon_x(t)$;
 - $\epsilon_v(p)$ la transformée de Laplace de l'erreur en vitesse $\epsilon_v(t)$.

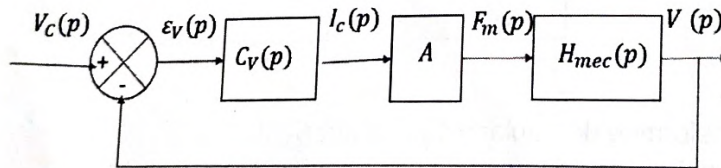
Cahier des charges partiel de la boucle de position :

- Précision - Erreur statique nulle pour une entrée entrée $x_c(t) = x_0u(t)$ où $u(t)$ est la fonction échelon de Heaviside ;
- Retard de traînage inférieur à 0,01 s ;
- Stabilité - Marge de phase de l'ordre de 60° à la pulsation $\omega_{0dB} = 100 \text{ rad. s}^{-1}$;
- Rapidité - Temps de réponse à 5% $t_{r5\%} < 0,1 \text{ s}$ en réponse à un échelon.

Modèle extrait du schéma bloc du pilotage en vitesse :

Cahier des charges partiel de la boucle de vitesse :

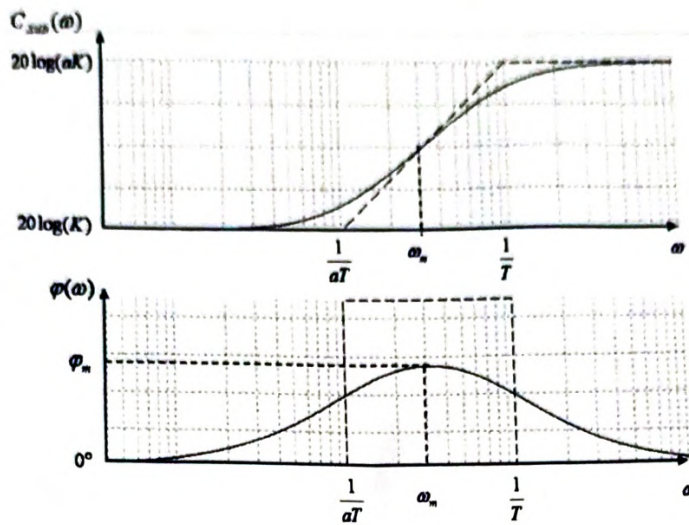
- Précision - Erreur statique nulle pour une entrée $v_c(t) = v_0u(t)$ où $u(t)$ est la fonction échelon de Heaviside ;
- Rapidité - Bande passante à -3 dB en boucle fermée égale à 60 rad. s^{-1} ;



Annexe 7 : Correcteur à avance de phase

Le correcteur à avance de phase a pour fonction de transfert : $C_X(p) = K \frac{1+aTp}{1+Tp}$ où $a > 1$.

Les diagrammes de Bode en gain et en phase asymptotiques et réels sont donnés ci-dessous :



Où :

- $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$, T en secondes, a constante sans dimension ;
- $\sin\varphi_m = \frac{a-1}{a+1}$;
- K constante en s^{-1} .