

Semi-conducteurs et convertisseurs de puissance

Partie I - Dopage des semi-conducteurs

Dans l'industrie des semi-conducteurs, les phénomènes de diffusion sont souvent utilisés pour la fabrication des composants afin de modifier les propriétés électriques d'un substrat.

On s'intéresse ici à la diffusion d'atomes de phosphore dans un substrat de silicium (figure 1).

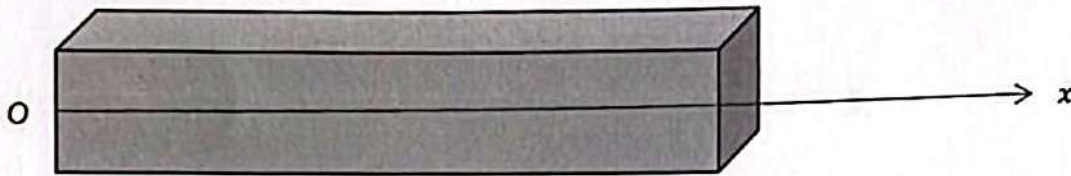


Figure 1 - Substrat de silicium

On suppose que la diffusion a uniquement lieu suivant la direction (Ox) . On note $C(x, t)$ la concentration atomique en phosphore au point M d'abscisse x , à l'instant t .

À l'instant initial, les atomes de phosphore, supposés ponctuels, se situent tous sur le plan $x = 0$.

Ainsi :

- à l'instant $t = 0$, la concentration en atomes de phosphore est nulle en tout point M d'abscisse $x \neq 0$;
- à l'instant $t = 0$, on définit dans le plan $x = 0$ la densité surfacique σ d'atomes de phosphore.

Il n'y a ni apparition, ni disparition des atomes de phosphore au sein du substrat de silicium.

- Q1. En notant D le coefficient de diffusivité, rappeler simplement la loi de Fick qui lie le vecteur courant de diffusion de particules : $\vec{j}(x, t) = j(x, t)\vec{e}_x$ et la concentration $C(x, t)$. Préciser les unités des grandeurs qui interviennent.
- Q2. Établir par une loi de conservation, sur un système que vous préciserez, une relation aux dérivées partielles entre $j(x, t)$ et $C(x, t)$.
- Q3. En déduire l'équation de diffusion vérifiée par la concentration $C(x, t)$.
- Q4. Par une analyse dimensionnelle, relier de façon qualitative la longueur caractéristique L_c du phénomène de diffusion à sa durée τ_c . On admettra que les coefficients adimensionnés sont de l'ordre de l'unité.

On admet que $C(x, t) = \frac{\alpha}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$.

- Q5. En remarquant que pour $t > 0$, les atomes de phosphore qui se trouvaient à l'instant $t = 0$ en $x = 0$ ont tous diffusés dans le substrat, déterminer l'expression de α en fonction de σ et de D .

On définit la profondeur de diffusion p à l'instant t par :

$$C(p, t) = \frac{1}{e} \cdot C(0, t).$$

- Q6. Exprimer p en fonction de D et de t . Ce résultat est-il cohérent avec la relation qualitative, trouvée à la question Q4 ?

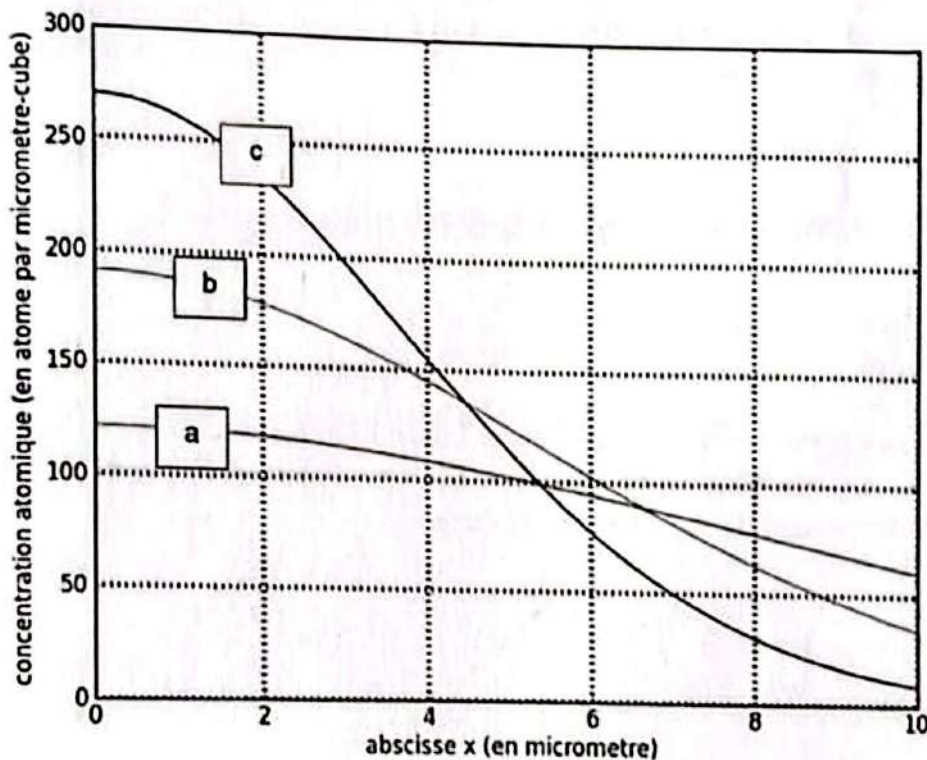


Figure 2 - Concentration en atome de phosphore en fonction de x

La figure 2 représente l'évolution de $C(x, t)$ en fonction de x pour trois instants précis : $t = 1$ h, $t = 2$ h et $t = 5$ h.

- Q7. Identifier sur la figure 2 chacune des courbes correspondant à $C(x, t = 1$ h), $C(x, t = 2$ h) et $C(x, t = 5$ h).
- Q8. Évaluer numériquement le coefficient de diffusivité D à l'aide de la figure 2, en utilisant la courbe c dont l'origine est à $C(x = 0, t \text{ fixé}) \approx 270 \mu \cdot m^{-3}$.

Partie II - Forme stable du silicium dans la nature

Q9. À quelle période (ou ligne) et à quelle famille (ou colonne) de la classification périodique des éléments appartient le silicium ?

On considère la réaction chimique suivante :



Q10. Calculer l'enthalpie standard $\Delta_r H_1^\circ$ de la réaction (1). Conclure quant au caractère endothermique ou exothermique de cette réaction.

Q11. Calculer l'entropie standard $\Delta_r S_1^\circ$ de la réaction (1). Son signe était-il prévisible ?

Q12. À la température $T = 298 \text{ K}$ et sous une pression $P = P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$, la réaction (1) est-elle négligeable, quantitative ou partielle ? Quelle opération d'électrometallurgie doit-on effectuer pour obtenir du silicium libre $\text{Si}_{(s)}$, utilisé pour l'élaboration de semi-conducteurs ?

Partie III - Circuit RLC et hacheurs parallèles

III.1 - Circuit RLC

On considère le circuit électrique représenté sur la figure 3, où L est une bobine assimilable à une inductance pure, C un condensateur de capacité C et R un conducteur ohmique de résistance R . U_e est la tension d'entrée et U_s est la tension de sortie.

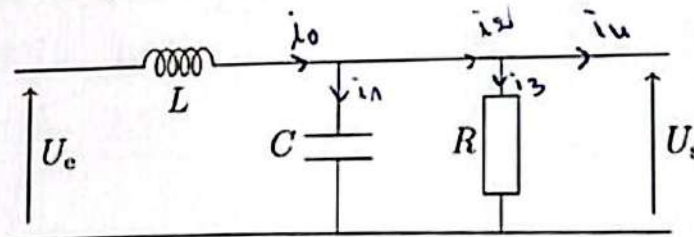


Figure 3 - Circuit RLC

Q13. Établir l'équation différentielle reliant les deux tensions U_s et U_e . La mettre sous la forme canonique suivante :

$$\frac{d^2 U_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU_s}{dt} + \omega_0^2 U_s = \omega_0^2 U_e$$

en explicitant les expressions du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 en fonction de R , L et de C .



On donne sur les figures 4a, 4b et 4c les réponses à un échelon unitaire de tension de trois circuits RLC identiques au circuit de la figure 3, ayant une même pulsation ω_0 mais avec trois facteurs de qualité différents :

$$Q = 0,2; \quad Q = 0,5; \quad Q = 3.$$

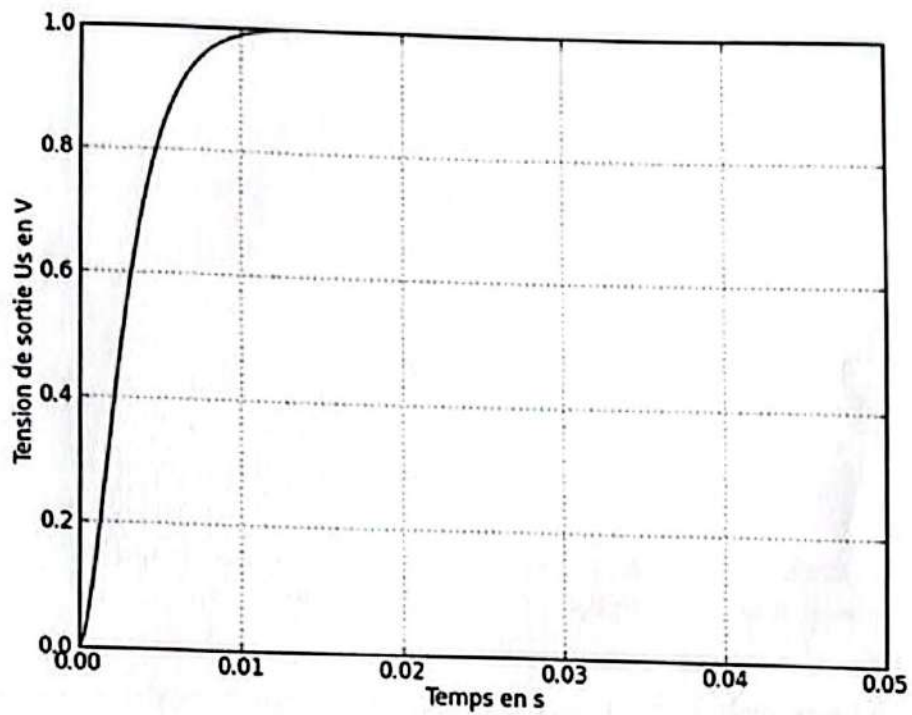


Figure 4a - Réponse indicielle a

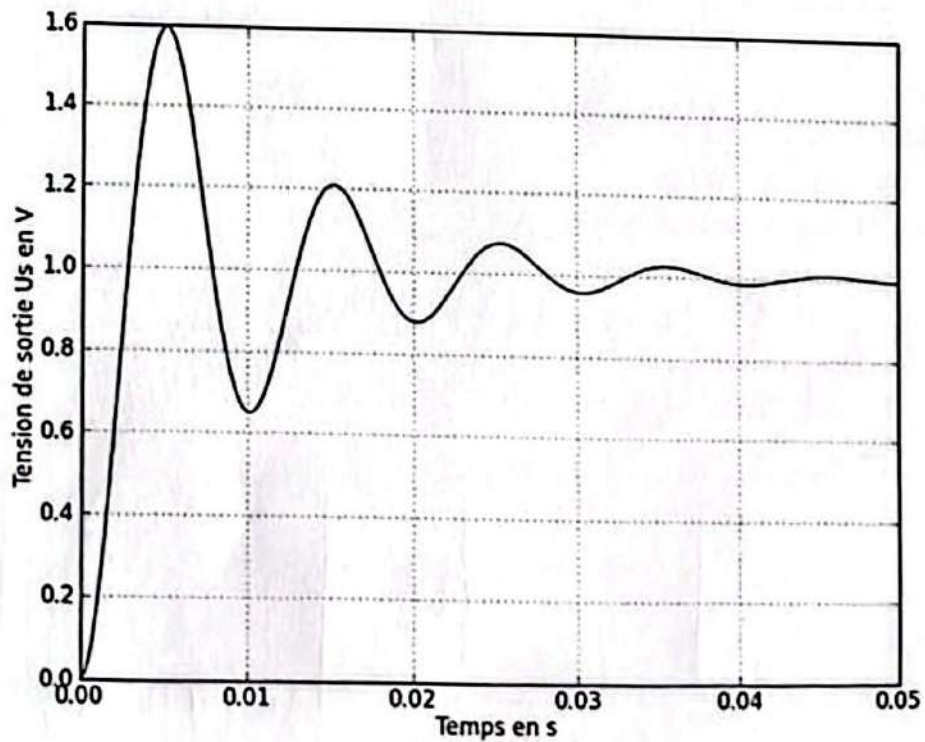


Figure 4b - Réponse indicielle b

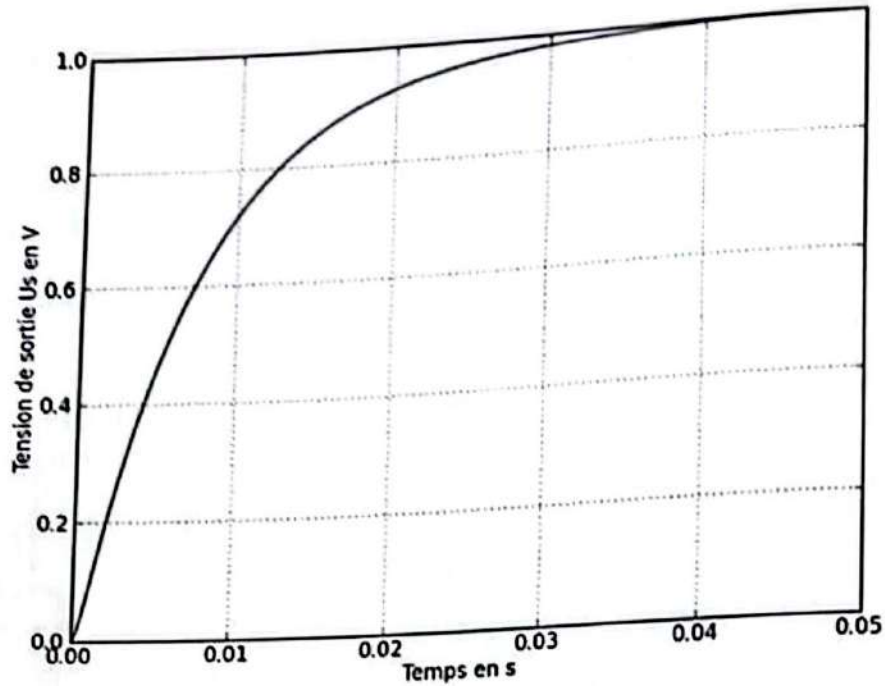


Figure 4c - Réponse indicielle c

Q14. Attribuer à chacune des réponses indicielles a, b et c le facteur de qualité correspondant. La justification attendue pourra être phrasée et/ou analytique.

La figure 5 donne la réponse à une tension d'entrée sinusoïdale d'amplitude maximale de 1 Volt d'un circuit RLC identique au circuit de la figure 3, caractérisé par son facteur de qualité Q et sa pulsation propre ω_0 .

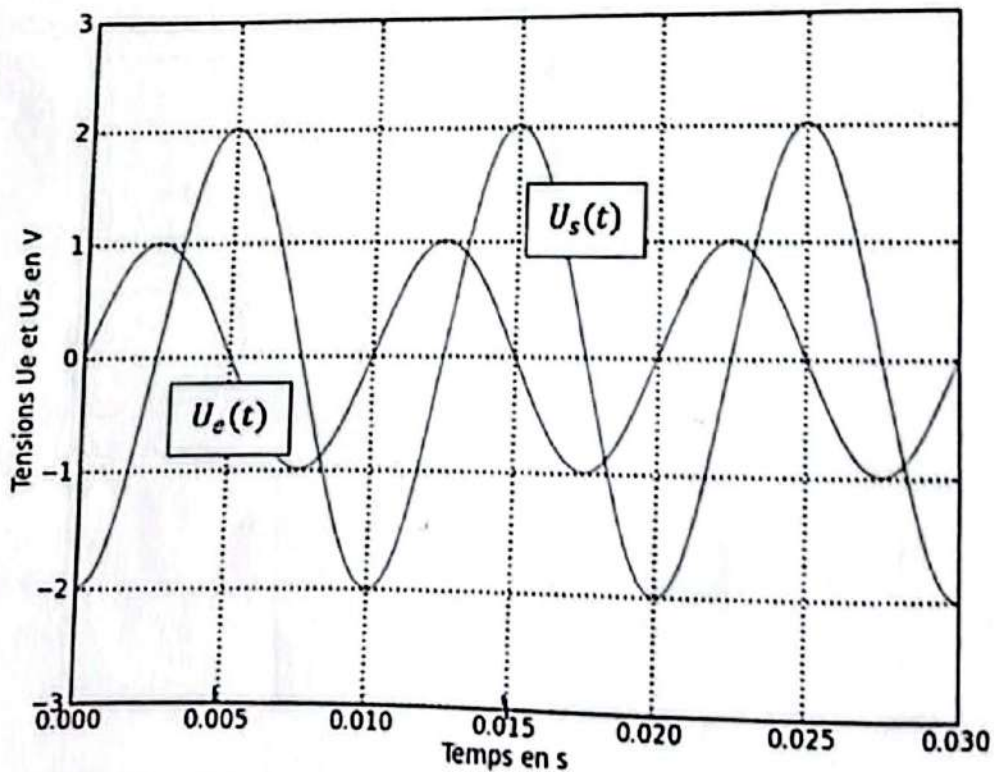


Figure 5 - Tensions d'entrée et de sortie en régime sinusoïdal forcé

- Q15.** Dans cette question, il est demandé de faire preuve d'autonomie. Toute démarche même partielle de résolution sera prise en compte.
Déterminer numériquement les valeurs du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 du circuit utilisé lors de cet essai en régime sinusoïdal forcé.

III.2 - Conception d'un hacheur simple

À partir d'une batterie assimilable à une source de tension parfaite $U = 12 \text{ V}$, on cherche à alimenter un composant, représenté figure 6 par la résistance R , sous une tension $e(t)$ de valeur moyenne $E = 30 \text{ V}$ et parcouru par un courant $i_R(t)$ de valeur moyenne $I_R = 5 \text{ A}$.

Pour ce faire, on propose d'utiliser un hacheur simple (figure 6) de rapport cyclique α et de période $T = 50 \mu\text{s}$. Les interrupteurs électroniques K_1 et K_2 sont supposés idéaux.

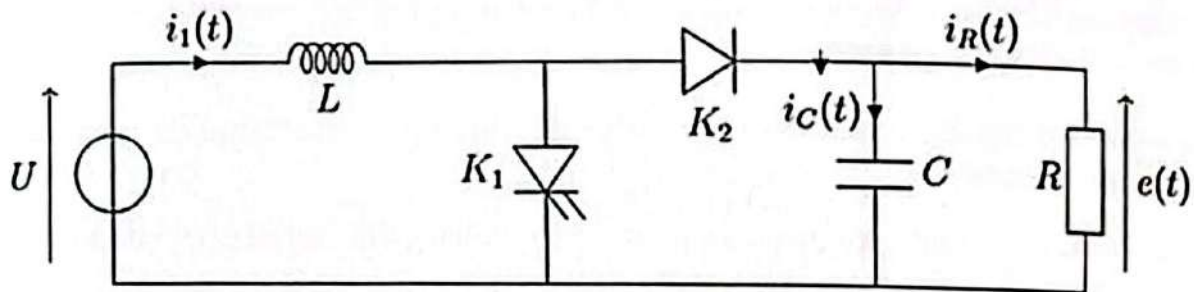


Figure 6 - Hacheur simple

K_1 est fermé sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T]$ et est ouvert sur l'intervalle de temps $[\alpha T, T]$.

On pose $\tau = RC \gg T$.

On impose de plus les deux contraintes suivantes :

- on note respectivement $I_{1\max}$ et $I_{1\min}$ les valeurs maximale et minimale de l'intensité du courant $i_1(t)$ sur une période de hachage. L'intensité du courant d'entrée a pour valeur moyenne I_1 et l'ondulation du courant d'entrée, $\Delta I_1 = I_{1\max} - I_{1\min}$, ne doit pas dépasser 10 % de la valeur moyenne I_1 ;
- on note respectivement E_{\max} et E_{\min} les valeurs maximale et minimale de la tension $e(t)$ sur une période de hachage. La tension $e(t)$ a pour valeur moyenne E et son ondulation, définie par $\Delta E = E_{\max} - E_{\min}$, ne doit pas dépasser la valeur $\Delta E_{\max} = 100 \text{ mV}$.

Q16. Préciser au regard des règles d'interconnexions entre les sources et des contraintes imposées dans notre application, la (les) fonctionnalité(s) qu'assure l'inductance pure L .

Q17. Quel est le rôle du condensateur de capacité C ?

On s'intéresse dans un premier temps à la contrainte liée à l'ondulation de l'intensité du courant $i_1(t)$. On considère alors la tension $e(t)$ comme constante et égale à E .

Q18. Écrire les deux équations différentielles vérifiées par l'intensité du courant $i_1(t)$ dans chacun des deux intervalles de temps $[0, \alpha T]$ et $[\alpha T, T]$.

Q19. Déterminer la relation qui lie U , E et α , puis la valeur numérique de α .

Q20. Représenter graphiquement l'allure de l'intensité du courant $i_1(t)$ en fonction de t .

Q21. À l'aide de considérations énergétiques, exprimer, en fonction de I_R et de α , la valeur moyenne I_1 de l'intensité du courant $i_1(t)$.

Q22. Déterminer en fonction de U , α , T , et de I_R , l'expression et la valeur numérique minimale de l'inductance L_{\min} à utiliser pour respecter la condition sur le taux d'ondulation de l'intensité du courant $i_1(t)$.

On s'intéresse dans un second temps à la contrainte liée à l'ondulation de la tension $e(t)$ qui n'est plus considérée comme constante.

Q23. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur lorsque K_1 est fermé.

En déduire, sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T]$, l'expression de la tension $u_c(t)$ en fonction de E_{\max} et de τ .

Q24. Déterminer, en faisant les approximations qui s'imposent, l'expression littérale de la capacité minimale C_{\min} à utiliser, en fonction de E , α , T , R et de ΔE_{\max} .

Partie IV - Blindage électromagnétique

Du fait de leur fonctionnement par commutation, les convertisseurs d'électronique de puissance sont à l'origine de perturbations électromagnétiques. Nous nous proposons ici d'étudier comment une plaque conductrice peut écranter ces perturbations.

IV.1 - Modélisation

On suppose qu'un champ électromagnétique, de fréquence inférieure à 10 GHz, excite en surface un conducteur ohmique, semi-infini, qui occupe le demi-espace des $z > 0$ (figure 7). Ce conducteur, assimilable d'un point de vue diélectrique et magnétique à du vide, est électriquement neutre.

Au niveau de l'interface, en $z = 0$, le champ électromagnétique est décrit par son champ électrique : $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$ auquel on associe la représentation complexe : $\vec{E} = E_0 e^{j\omega t} \vec{e}_x$.

On s'intéresse au phénomène de diffusion du champ électromagnétique dans le conducteur ohmique.

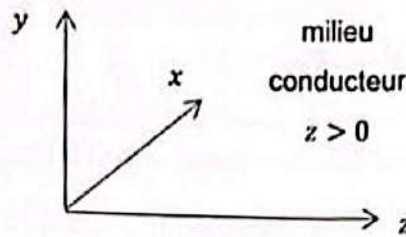


Figure 7 - Conducteur semi-infini

IV.2 - Expressions des champs dans le conducteur

Dans le conducteur ohmique, on décrit l'onde électromagnétique par les expressions complexes suivantes :

$$\begin{cases} \underline{\vec{E}} = E_0 e^{j(\omega t - kz)} \vec{e}_x \\ \underline{\vec{j}} = j_0 e^{j(\omega t - kz)} \vec{e}_x \\ \underline{\vec{B}} = B_0 e^{j(\omega t - kz)} \vec{e}_y \end{cases}$$

où \underline{k} et \underline{B}_0 sont à valeurs complexes.

- Q25. Écrire les équations de Maxwell dans le conducteur ohmique ainsi que la loi d'ohm locale.
- Q26. Après avoir justifié que le courant de déplacement est négligeable devant le courant de conduction, simplifier l'équation de Maxwell-Ampère.
- Q27. Montrer que le champ électrique vérifie l'équation d'onde de la forme : $\Delta \vec{X} - \alpha \frac{\partial \vec{X}}{\partial t} = \vec{0}$. Préciser l'expression de α en fonction de γ et de μ_0 .
- Q28. Quelle est l'unité de α dans le Système International (S.I.) ? De quel type d'équation s'agit-il ? Préciser un autre domaine de la physique dans lequel on rencontre cette catégorie d'équations.
- Q29. Déterminer la relation de dispersion qui lie \underline{k} et ω . Le conducteur ohmique est-il un milieu dispersif ou non ?

On pose $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$.

- Q30. Déterminer, en fonction de E_0 , δ et de γ , les expressions complexes du champ électrique $\underline{\vec{E}}$ et de la densité de courant électrique $\underline{\vec{j}}$ à l'intérieur du conducteur ohmique.

On admet l'expression complexe du champ magnétique : $\underline{\vec{B}} = \frac{\sqrt{2} E_0}{\delta \omega} e^{j(\omega t - kz + \frac{\pi}{4})} \vec{e}_y$

- Q31. Donner le nom et l'unité de δ . Que peut-on dire des champs $\underline{\vec{E}}$ et $\underline{\vec{B}}$ pour $z \gg \delta$?

IV.3 - Considérations physiques sur l'écrantage

Q32. Pour écranter les perturbations électromagnétiques, on dépose une couche métallique sur une plaque non conductrice. Cet écrantage est-il plus efficace pour des ondes électromagnétiques basse ou haute fréquence ?

Déterminer numériquement l'ordre de grandeur de l'épaisseur du dépôt métallique nécessaire pour écranter efficacement une onde électromagnétique de fréquence $f = 1$ MHz.

Q33. Préciser simplement quel phénomène physique est à l'origine de l'atténuation des ondes électromagnétiques dans les conducteurs ohmiques ?

On propose ici de valider la réponse à la question précédente, par une étude quantitative. On reprend le modèle du milieu conducteur semi-infini pour $z > 0$.

On raisonne sur une portion parallélépipédique de ce milieu semi-infini de section droite S (figure 8).

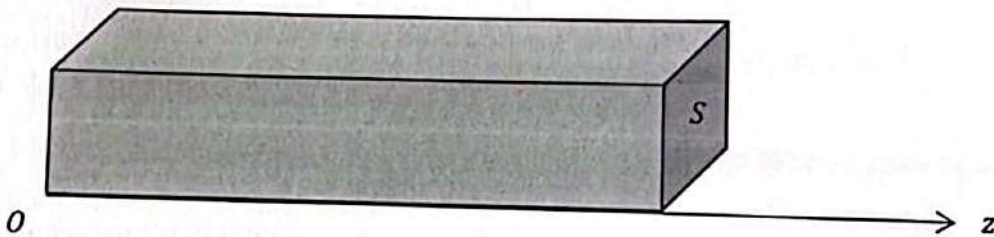


Figure 8 - Conducteur semi-infini

- Q34. Déterminer en fonction de E_0 , μ_0 , γ , ω et de S la puissance moyenne qui entre dans le conducteur à travers la section S située en $z = 0^+$.
- Q35. On considère une tranche de conducteur située entre z et $z + dz$. Déterminer en fonction de γ , δ , S et de E_0 la puissance moyenne dissipée dans cette tranche de conducteur.
- Q36. En déduire, en fonction E_0 , μ_0 , γ , ω et de S la puissance moyenne dissipée dans le conducteur semi-infini de section S . Conclure.

Données**Données mathématiques et numériques**

$$\int_0^{+\infty} e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$e \approx 2,7$$

$$\ln(e) = 1$$

$$182 \times 298 = 54\,236$$

Données chimiques

Numéro atomique du silicium : $Z = 14$

Enthalpies standards de formation à 298 K :

$$\Delta_f H^\circ(\text{Si}_{(s)}) = 0 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_f H^\circ(\text{O}_{2(g)}) = 0 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_f H^\circ(\text{SiO}_{2(s)}) = -877,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Entropies standards à 298 K :

$$S^\circ(\text{Si}_{(s)}) = 18,8 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$S^\circ(\text{O}_{2(g)}) = 205,0 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$S^\circ(\text{SiO}_{2(s)}) = 41,8 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Composition de l'atmosphère :

20 % de O_2 et 80 % de N_2

Grandeurs électromagnétiques

Perméabilité magnétique du vide :

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

Permittivité électrique du vide :

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

Opérateurs vectoriels

$$\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}}(\vec{A})) = \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{A})) - \Delta \vec{A}$$

Avec

$$\vec{A} = A_x(x, y, z)\vec{e}_x + A_y(x, y, z)\vec{e}_y + A_z(x, y, z)\vec{e}_z$$

$$\Delta \vec{A} = \Delta A_x \vec{e}_x + \Delta A_y \vec{e}_y + \Delta A_z \vec{e}_z$$

$$\Delta U(x, y, z) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

Résistivités électriques

Métal	Résistivité à 300 K
Argent	$16 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$
Cuivre	$17 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$
Or	$22 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$
Aluminium	$28 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$
Zinc	$61 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$

Célérité de la lumière : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Formules trigonométriques

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) + \cos(a + b))$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a - b) + \sin(a + b))$$

FIN