

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE TSI

PHYSIQUE - CHIMIE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
 - *Ne pas utiliser de correcteur.*
 - *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*
-

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de trois parties, toutes indépendantes.

Changement climatique et influence humaine

Dans un rapport de 2020, le Haut Conseil pour le Climat a donné pour objectif une diminution drastique des émissions de gaz à effet de serre pour lutter contre le dérèglement climatique. Il a fixé, pour la France, un objectif en 2050 de 2,3 tonnes de CO_2 équivalent émis par habitant et par an. Cet objectif consisterait ainsi en une réduction d'environ 80 % des émissions moyennes actuelles des français. Ce sujet permet d'aborder quelques aspects du dérèglement climatique.

La **partie I** étudie l'effet de serre et l'influence de la présence de certains gaz dans l'atmosphère sur la température de surface de la Terre.

La **partie II** s'intéresse aux émissions d'une voiture thermique.

Enfin, la **partie III** traite des émissions d'une voiture électrique pour les comparer à celles obtenues à la partie précédente.

Les données fournies dans l'énoncé sont parfois volontairement approchées afin de faciliter le traitement numérique de certaines questions.

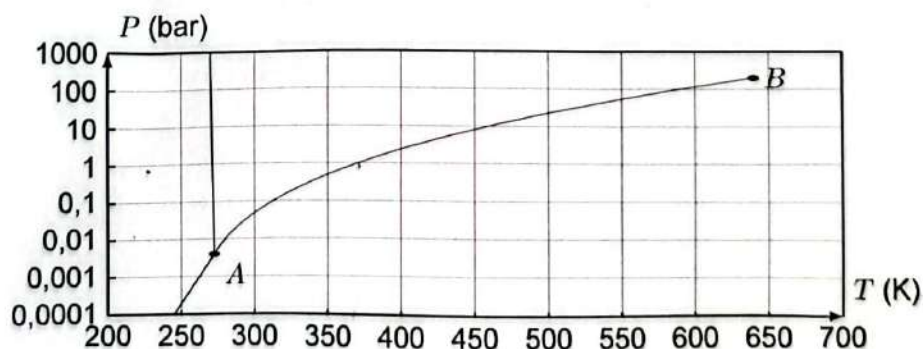
Partie I - Influence de la présence des gaz à effet de serre dans l'atmosphère

L'effet de serre est un phénomène naturel permettant notamment d'atteindre une température de l'air au niveau du sol propice au développement d'êtres vivants. Nous étudions ici quelques aspects physiques de ce phénomène.

I.1 - Étude des gaz à effet de serre

Les gaz, principalement responsables de l'effet de serre, sont la vapeur d'eau H_2O , le dioxyde de carbone CO_2 , le méthane CH_4 et le protoxyde d'azote N_2O .

- Q1.** Donner les schémas de Lewis du dioxyde de carbone CO_2 et du méthane CH_4 . En proposer un pour le protoxyde d'azote N_2O où l'atome central est un atome d'azote.
- Q2.** On donne, en **figure 1**, le diagramme de phases en coordonnées (P, T) de l'eau. Reproduire ce diagramme sur votre copie et le compléter en plaçant les zones des phases gazeuse, liquide et solide. Placer les points de fusion et de vaporisation à pression atmosphérique. Donner les noms des points *A* et *B* du diagramme.



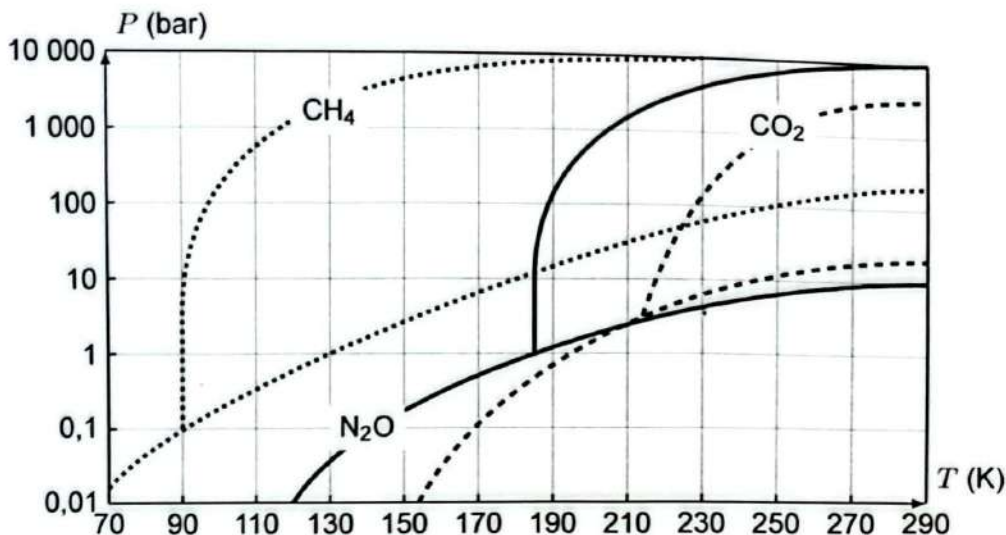


Figure 2 - Diagrammes (P, T) du méthane (en pointillés), du protoxyde d'azote (en traits pleins) et du dioxyde de carbone (en tirets)

On donne, en figure 2, les diagrammes (P, T) pour les autres espèces concernées.

Q3. Justifier que les espèces CO_2 , CH_4 et N_2O soient à l'état gazeux dans toute l'atmosphère.

On considère un mélange d'eau liquide et d'eau vapeur à l'équilibre.

Q4. Exprimer le potentiel chimique de l'eau liquide dans ce mélange en fonction de son potentiel chimique standard et éventuellement d'autres grandeurs pertinentes.

Q5. Exprimer le potentiel chimique de l'eau vapeur dans ce mélange en fonction de son potentiel chimique standard et éventuellement d'autres grandeurs pertinentes.

Q6. Établir l'expression de la pression partielle en eau p_{eau} sous forme vapeur dans ce mélange en fonction des potentiels chimiques standards de l'eau liquide et de l'eau vapeur.

L'application numérique donne : $p_{\text{eau}} = 0,04$ bar à 25°C .

Q7. Donner l'état physique de l'eau pure à température ambiante $T = 25^\circ\text{C}$ et sous pression atmosphérique. Justifier qualitativement qu'il existe malgré tout de l'eau sous forme vapeur dans l'air.

I.2 - Enjeux radiatifs du changement climatique

La présence de ces gaz a une influence sur la température en surface de la Terre. On construit, ici, un modèle simple permettant d'illustrer cette influence.

Q8. Rappeler les trois types de transferts thermiques. Décrire succinctement chacun d'eux.

Dans la suite de cette sous-partie, on s'intéresse plus particulièrement au transfert thermique par rayonnement.

Q9. Énoncer les équations locales de Maxwell dans le vide, en l'absence de toute charge et courant, et les nommer.

Q10. En s'appuyant sur les équations énoncées à la **question Q9**, établir l'équation de d'Alembert régissant la propagation du champ électrique dans le vide. On introduira la célérité de la lumière dans le vide c et on explicitera son expression.

On considère une onde électromagnétique plane progressive monochromatique polarisée rectilignement, décrite par l'expression suivante du champ électrique :

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x \quad (1)$$

où E_0 , ω et k sont des constantes.

Q11. Associer les termes " plane ", " progressive ", " monochromatique " et " polarisée rectilignement " aux éléments correspondants de l'expression du champ électrique donnée en équation (1).

Q12. Établir l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ associé à l'onde électromagnétique étudiée.

Q13. Établir l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(M, t)$ associé à l'onde électromagnétique étudiée. Exprimer sa moyenne temporelle.

Bilan thermique sans atmosphère

Pour un premier modèle simplifié, on considère la planète sans atmosphère.

On assimile ici la Terre à une boule homogène recevant une puissance P_s de la part du Soleil et émettant une puissance P_c par rayonnement thermique. Un schéma explicitant les directions des rayonnements est donné en **figure 3**.

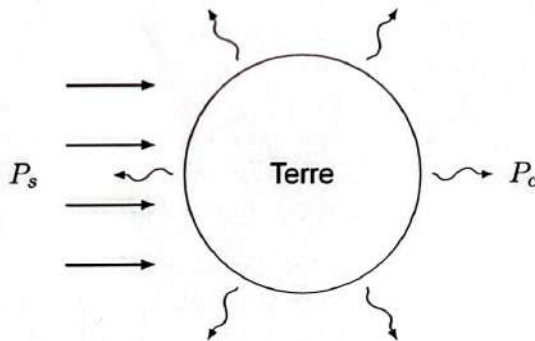


Figure 3 - Bilan radiatif terrestre simplifié

La constante solaire est de $\Pi_{m,s} = 1,4 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$: elle correspond à la norme de la moyenne du vecteur de Poynting solaire.

Q14. Exprimer la puissance totale P_s reçue par la Terre par rayonnement solaire en fonction de $\Pi_{m,s}$ et de R_T , le rayon de la Terre. En évaluer un ordre de grandeur.

On pourra faire les approximations suivantes : $6,37^2 \approx 40$ et $\pi \approx 3$.

Seulement 70 % de la puissance reçue par la Terre de la part du Soleil est absorbée par celle-ci, le reste étant réfléchi vers l'espace. On considère que les variations d'énergie potentielle et d'énergie cinétique de la Terre n'interviennent pas dans le bilan thermique de la Terre.

Q15. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à la planète Terre, établir une relation entre P_c et P_s en régime permanent.

La puissance cédée par la Terre sous forme de rayonnement suit la loi de Stefan-Boltzmann :

$$P_c = \sigma T_S^4 S_T, \quad (2)$$

avec σ la constante de Stefan-Boltzmann, T_S la température de surface de la Terre et S_T sa surface.

Q16. Établir l'expression de la température de surface T_S en fonction de $\Pi_{m,s}$ et de σ .

Q17. L'application numérique donne $T_S = 257$ K. Conclure qualitativement sur l'influence de la présence d'une atmosphère sur la température de surface de la Terre.

Prise en compte de l'atmosphère dans le modèle

La nécessité d'introduire une atmosphère dans la modélisation réside dans le fait que les gaz à effet de serre présents dans l'atmosphère absorbent une partie du rayonnement thermique P_c émis par la Terre. Cette puissance absorbée est ensuite réémise partiellement vers la Terre, ce qui augmente alors la puissance reçue par la planète et la température T_S calculée précédemment.

Pour étudier ce phénomène, on donne, en **annexe 1**, les spectres d'absorption des quatre gaz à effet de serre mentionnés plus tôt.

Q18. Préciser le domaine d'ondes électromagnétiques correspondant à la gamme de longueurs d'onde de mesure de l'absorbance de ces espèces.

On peut visualiser l'effet de ces gaz à effet de serre en étudiant le spectre du rayonnement cédé par le système {Terre + atmosphère}, mesuré par un satellite en surface de l'atmosphère. Le spectre en question est reproduit en **figure 4**.

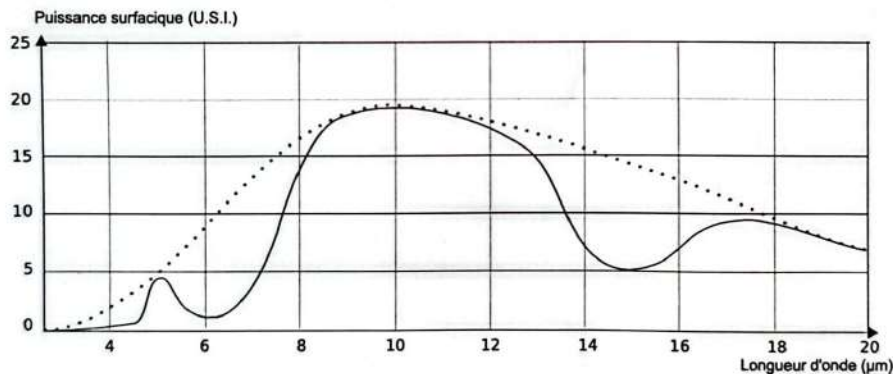


Figure 4 - Spectre théorique du rayonnement électromagnétique terrestre sans atmosphère (en pointillés) et spectre mesuré en surface de l'atmosphère (en traits pleins)

Q19. En s'appuyant sur les spectres des gaz à effet de serre fournis en **annexe 1**, expliquer l'écart observé entre le spectre sans atmosphère et le spectre en surface de l'atmosphère.

Pour obtenir la puissance totale absorbée par l'atmosphère, on procède à un traitement numérique des spectres. Le principe de ce traitement est simple :

- on divise l'atmosphère en tranches d'épaisseur dz ;
- sur chaque tranche, on calcule la densité de chacun des gaz à effet de serre ;
- chaque tranche absorbe une partie du rayonnement émis vers le haut par la tranche du dessous. On calcule alors la puissance absorbée et la puissance transmise par la tranche considérée en intégrant les spectres d'absorbance sur l'ensemble des longueurs d'onde ;
- on opère alors de manière récursive afin d'obtenir la puissance absorbée sur toute la hauteur de l'atmosphère.

Q20. Présenter le principe d'une méthode numérique de calcul d'une intégrale de la forme

$$\int_a^b f(x)dx. \text{ On pourra s'appuyer sur un schéma.}$$

Afin d'obtenir la densité locale de chacun des gaz à effet de serre, on modélise l'atmosphère comme un gaz parfait dont la température T_0 est la même à toute altitude z . En notant Oz l'axe vertical ascendant, on rappelle la forme prise par la relation fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur où μ est la masse volumique du fluide considéré et g est l'accélération de la pesanteur :

$$\frac{dP}{dz} = -\mu g. \quad (3)$$

Q21. Établir l'équation différentielle vérifiée par le champ de pression $P(z)$. On introduira une hauteur caractéristique H .

Q22. Établir l'expression du champ de pression $P(z)$ en fonction de l'altitude z , de la hauteur caractéristique H et de la pression atmosphérique P_{atm} .

On définit la densité de quantité de matière d'air comme $n_v(z) = \frac{\mu(z)}{M_{\text{air}}}$ (quantité de matière d'air par unité de volume à l'altitude z).

Q23. Montrer que la densité de quantité de matière de l'air s'exprime ainsi en fonction de l'altitude :

$$n_v(z) = \frac{P_{\text{atm}}}{RT_0} \exp\left(-\frac{z}{H}\right). \quad (4)$$

L'application numérique de l'expression obtenue en **question Q21** donne $H \approx 8$ km.

Q24. Justifier que l'on s'arrête à 40 km pour la modélisation numérique.

L'implémentation de l'expression de la densité de quantité de matière ainsi obtenue dans le modèle numérique donne une température de surface de la Terre $T_s' = 260$ K qui n'est toujours pas une valeur satisfaisante. Il est ainsi nécessaire d'affiner la modélisation de l'atmosphère.

La température n'est en réalité pas uniforme dans l'atmosphère et suit la loi suivante :

$$T(z) = T_0(1 - \alpha z). \quad (5)$$

Q25. Donner une valeur pour T_0 . Préciser la dimension de α .

Dans ce cadre, l'équation différentielle vérifiée par la pression devient alors :

$$\frac{dP}{dz}(z) + \frac{M_{\text{air}}g}{RT_0(1 - \alpha z)}P(z) = 0. \quad (6)$$

Q26. En séparant les variables, résoudre l'équation (6) et établir l'expression de la densité de quantité de matière $n_v(z)$. On fera à nouveau apparaître la hauteur caractéristique H .

Cette dernière expression de la densité de quantité de matière permet d'obtenir une température de surface $T_s'' = 290$ K.

Q27. Commenter cette dernière valeur obtenue pour la température. Conclure sur la validité de la modélisation effectuée.

Bien que chaque gaz à effet de serre ait une action sensiblement différente des autres (leurs spectres étant différents), nous venons de voir que le principe de leurs effets est le même pour tous. Il a ainsi été introduit la mesure de la masse d'équivalent CO_2 (ou $\text{CO}_2\text{éq}$) pour ramener les émissions de chaque gaz à effet de serre aux émissions de CO_2 qui présenteraient le même potentiel de réchauffement global : on parle alors d'"émissions carbone".

Partie II - Émissions carbone d'une voiture thermique

Dans son sixième rapport d'évaluation, le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC) estime à 56 gigatonnes d'équivalent CO_2 les émissions annuelles mondiales. Sur ce total, environ 15 % sont imputées au secteur des transports (routier, aérien et maritime).

Au cours de cette deuxième partie, nous nous intéresserons au transport routier responsable de plus de la moitié de ces émissions.

II.1 - Fonctionnement de la voiture thermique

On s'intéresse au fonctionnement d'une voiture Clio de la marque Renault dont les caractéristiques sont données dans le **document 1**.

Document 1 - Caractéristiques techniques d'une Renault Clio

| Moteur | |
|---|---------|
| Carburant | Essence |
| Cylindrée (cm^3) | 898 |
| Rapport de compression | 9,5:1 |
| Puissance maximale (ch) | 90 |
| Couple maximal ($\text{N} \cdot \text{m}$) | 140 |
| Performances | |
| Vitesse maximale ($\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) | 178 |
| 0 - 100 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ (s) | 12,1 |
| Carburant | |
| Consommation à 100 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ (L/100 km) | 10 |
| Volume du réservoir (L) | 45 |

Tableau 1 - Caractéristiques de la voiture

Source : www.renaultgroup.com

On définit le rapport volumétrique comme le rapport $\delta = \frac{V_h}{V_b}$ et la cylindrée comme le volume total admis par l'ensemble des cylindres du moteur lors de la phase d'admission.

Le moteur à essence de cette voiture utilise un mélange air-essence modélisé par un cycle thermodynamique de Beau de Rochas.

Ce cycle est constitué des phases successives suivantes :

- 0 → 1 : admission isobare et isotherme du mélange dans la chambre de combustion jusqu'au point mort haut de volume V_h . La quantité de matière de mélange admise sera notée n_e ;
- 1 → 2 : compression adiabatique réversible du mélange vers le point mort bas de volume V_b où le mélange est porté à une température de 614 K ;

- 2 → 3 : combustion isochore du mélange qui atteint une température de 1 800 K ;
- 3 → 4 : détente adiabatique réversible du mélange jusqu'au point mort haut où le mélange descend à une température de 879 K ;
- 4 → 1 : ouverture de la soupape modélisée par un refroidissement isochore jusqu'à la température ambiante de 300 K ;
- 1 → 0 : éjection isobare et isotherme du mélange jusqu'au point mort bas.

Pour simplifier l'étude, on assimile le mélange air-essence à un système fermé constitué d'une quantité de matière n_c d'un gaz parfait diatomique de coefficient isentropique γ , hors étapes d'admission et d'éjection. On notera {GP} ce système.

On note respectivement W , Q_c et Q_f , le travail reçu par le système de la part du rotor du moteur, le transfert thermique reçu par le système de la part de la source chaude et le transfert thermique reçu par le système de la part de la source froide sur un cycle. On note également d'un indice i , toute variable d'état associée à l'état i .

Q28. Identifier les sources chaude et froide, et donner leurs températures.

Q29. Donner, en justifiant, les signes de Q_f , Q_c et de W .

Q30. Représenter le cycle dans le diagramme de Watt (P, V). Commenter le sens de parcours du cycle représenté.

II.2 - Étude théorique du rendement

Q31. Rappeler la relation de Mayer reliant les capacités thermiques à volume constant C_v et à pression constante C_p de {GP}.

Q32. En déduire les expressions de ces capacités thermiques en fonction de n_c , γ et de R , la constante des gaz parfaits.

Q33. Exprimer Q_{23} , le transfert thermique reçu par {GP} lors de la phase 2 → 3, en fonction notamment des températures T_2 et T_3 .

Q34. Exprimer Q_{41} , le transfert thermique reçu par {GP} lors de la phase 4 → 1, en fonction notamment des températures T_1 et T_4 .

Q35. En déduire une expression du rendement du moteur η en fonction des températures T_1, T_2, T_3 et T_4 .

Q36. Exprimer la température T_4 en fonction de T_3, V_b, V_h et de γ .

Q37. Exprimer la température T_1 en fonction de T_2, V_b, V_h et de γ .

Q38. En déduire l'expression de η en fonction de δ et de γ .

L'application numérique donne $\eta = 0,59$. On utilisera cette valeur pour la suite.

Q39. Établir l'expression du rendement de Carnot η_c associé à ce cycle. Faire l'application numérique et commenter.

Dans la suite de cette partie, on considèrera que l'intégralité de la puissance fournie par le moteur est transmise aux roues.

II.3 - Expression de la puissance fournie par le moteur

On étudie une voiture allant à une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$. Le véhicule est soumis à une force de frottements quadratique de la forme :

$$\vec{f} = -\kappa v_0 \vec{v}_0. \quad (7)$$

Q40. Donner, en justifiant, l'unité du coefficient κ . On utilisera les unités de base du Système International.

On considère que les frottements entre les roues et le sol donnent lieu à une force de propulsion \vec{F}_p directement liée à l'action du moteur.

Q41. En considérant que la voiture se déplace en ligne droite à une vitesse v_0 constante, établir l'expression de la force de propulsion \vec{F}_p .

Q42. En déduire l'expression de la puissance \mathcal{P} fournie par le moteur à la voiture en fonction de v_0 et de κ .

Pour déterminer la valeur de κ , on réalise une série de mesures de puissances fournies par le moteur pour avoir un mouvement uniforme à différentes vitesses. Les résultats sont rassemblés dans le **tableau 2**.

| | | | | | |
|---|------------------|------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Puissance (W) | (14 ± 1) | (99 ± 1) | $(3,4 \pm 0,1) \cdot 10^2$ | $(7,2 \pm 0,1) \cdot 10^2$ | $(1,3 \pm 0,1) \cdot 10^3$ |
| Vitesse ($\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) | $(10,0 \pm 0,1)$ | $(20,0 \pm 0,1)$ | $(30,0 \pm 0,1)$ | $(40,0 \pm 0,1)$ | $(50,0 \pm 0,1)$ |

Tableau 2 - Mesures de puissances fournies par le moteur pour différentes vitesses

Q43. Discuter le fait qu'on puisse considérer les incertitudes sur v_0^3 négligeables par rapport à celles sur \mathcal{P} dans notre étude.

Une régression linéaire de \mathcal{P} en fonction de v_0^3 donne une valeur du coefficient κ :

$$\kappa = (0,0103 \pm 0,0004) \text{ S.I.}$$

Q44. La théorie donne une puissance de $\mathcal{P}_{100,\text{th}} = 10 \text{ kW}$. Comparer les résultats expérimentaux à cette puissance théorique.

II.4 - Émissions du véhicule

Lors de chaque cycle, le transfert thermique Q_c est apporté par le biais d'une réaction de combustion de l'essence. L'espèce combustible principale de l'essence est l'octane¹ : on étudiera donc la combustion de l'octane C_8H_{18} dans le dioxygène de l'air qui produit du dioxyde de carbone et de l'eau, tous les constituants étant à l'état gazeux.

Q45. Écrire l'équation-bilan de cette réaction de combustion, tous les constituants étant à l'état gazeux. On prendra un coefficient stœchiométrique égal à 1 pour l'octane.

1. L'indice 95 du Sans-Plomb 95 signifie que 95 % du mélange d'essence est composé d'octane.

- Q46.** Calculer l'enthalpie standard de réaction de la combustion de l'octane. Commenter son signe.
- Q47.** En déduire la valeur du transfert thermique échangé par le milieu réactionnel dans l'hypothèse de la combustion isotherme et isobare totale d'une mole de C_8H_{18} .
- Q48.** Pour une voiture allant à une vitesse $v_0 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, déterminer la masse de CO_2 produite pour 100 km parcourus en utilisant les résultats numériques donnés dans cette partie. Commenter la valeur obtenue, en sachant qu'une voiture roule en moyenne 12 000 km par an en France.

Partie III - Émissions carbone d'une voiture électrique

Nous venons de souligner l'incompatibilité entre l'utilisation de véhicules thermiques et la réussite des objectifs d'émissions carbone présentés en introduction. Outre cet aspect, le transport thermique pose d'autres questions environnementales et géopolitiques, ce qui a forcé l'industrie automobile à se renouveler, notamment par l'émergence de la voiture électrique à partir des années 2010.

Toutefois, le mode de transport électrique est également décrié sur différents aspects : l'utilisation de métaux rares, qui entraîne une pollution des cours d'eau ainsi que des tensions géopolitiques, mais également le dérèglement climatique. Ce sont les émissions carbone dues au fonctionnement et à la production des voitures électriques que nous aborderons dans cette troisième partie.

III.1 - Émissions en fonctionnement

La première source d'émissions carbone est la consommation électrique des voitures électriques. Nous considérerons l'utilisation d'une voiture électrique en France dont le mix électrique est donné dans le **document 2**.

Document 2 - Mix électrique français et émissions carbone

| Filière | Nucléaire | Hydraulique | Éolien | Gaz | Solaire | Charbon |
|--|-----------|-------------|--------|-----|---------|---------|
| Production (TWh) | 320 | 60 | 51 | 30 | 22 | 0,8 |
| Proportion de la production totale (%) | 66 | 12 | 11 | 6 | 5 | 0,2 |
| Intensité carbone (g/kWh) | 4 | 24 | 15 | 490 | 55 | 820 |

Tableau 3 - Production totale d'électricité par filière en 2023

L'intensité carbone est la masse d'équivalent CO_2 par unité d'énergie produite.

Sources : RTE - Bilan électrique 2023 et ADEME - Base empreinte

Afin d'estimer la consommation électrique de la voiture, nous allons nous intéresser au modèle simplifié d'un moteur synchrone donné en **figure 5**.

Le moteur est constitué de deux parties :

- un stator modélisé par un solénoïde d'axe (Ox) , parcouru par un courant $i_s(t)$ variable ;
- un rotor modélisé par une spire plane de rayon a et parcourue par un courant $i_r = I_r$ constant, placée au centre du solénoïde.

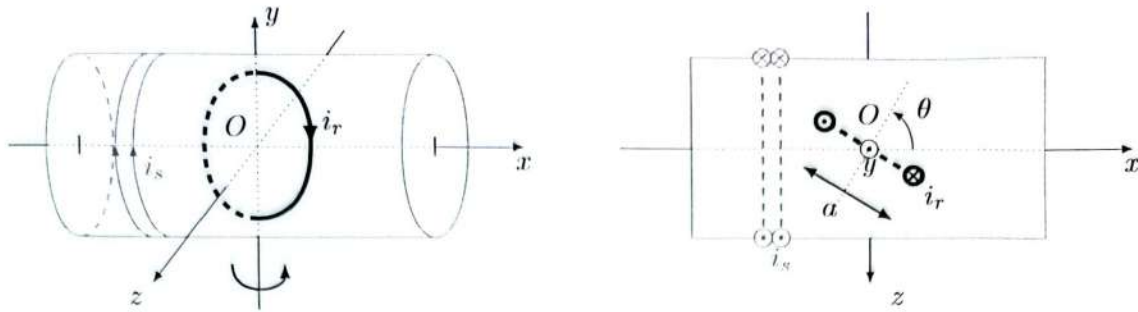


Figure 5 - Modèle simplifié d'un moteur synchrone

Lorsque le moteur tourne, le rotor est en rotation autour de l'axe \$(Oy)\$ à la vitesse angulaire $\omega_s = \dot{\theta}$ constante. On rappelle l'expression du couple $\vec{\Gamma}$ subi par un moment magnétique \vec{m} dans un champ magnétique \vec{B} :

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}, \quad (8)$$

et on cherche ici à exprimer le couple subi par le rotor de la part du stator.

Dans un premier temps, on s'intéresse au stator. Il s'agit d'un solénoïde de longueur $L = 1$ m, de rayon $R = 5$ cm et de densité linéique de spires $n = 500 \text{ m}^{-1}$. On note $\vec{B}_s(M, t)$ le champ créé en un point M et à un instant t par ce solénoïde.

Q49. Justifier qu'il est raisonnable de considérer le solénoïde comme étant infini. On considèrera cela pour la suite.

On considère un courant $i_s = I_s$ constant, ce qui permet de se placer en régime stationnaire avec $\vec{B}_s(M, t) = \vec{B}_s(M)$.

Q50. Énoncer le théorème d'Ampère. L'établir à partir d'une équation de Maxwell en régime stationnaire.

Q51. En admettant que le champ créé à l'extérieur du solénoïde est nul, montrer que le champ créé en un point M situé à l'intérieur du solénoïde s'exprime par :

$$\vec{B}_s(M) = -\mu_0 n I_s \vec{e}_x \quad (9)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide.

Dans un second temps, on s'intéresse à la variation du courant au cours du temps. Le stator est en réalité alimenté par un courant sinusoïdal dont l'intensité est de la forme :

$$i_s(t) = I_s \cos(\omega t). \quad (10)$$

La pulsation ω est suffisamment faible pour qu'on puisse considérer que les résultats obtenus en question **Q51** sont toujours valables en remplaçant i_s par son expression temporelle.

Q52. Exprimer le moment magnétique \vec{m} associé à la spire S en fonction de a , I_r , θ et des vecteurs unitaires de la base cartésienne définie en **figure 5**.

Q53. Donner une expression de $\theta(t)$ en notant θ_0 la valeur initiale de l'angle θ .

Q54. Dédurre de ce qui précède l'expression du couple des actions de Laplace subies par le rotor de la part du stator en fonction de t , I_r , I_s , n , a , μ_0 , θ_0 , ω_s et de ω .

Q55. Montrer que la moyenne temporelle de ce couple s'annule si $\omega \neq \omega_s$. Commenter alors le qualificatif de " synchrone " donné à ce moteur.

On considère maintenant que $\omega = \omega_s$.

Q56. Montrer que la puissance moyenne des actions de Laplace associée à ce couple est donnée par :

$$\langle P_L \rangle = - \frac{I_s I_r \pi a^2 \mu_0 n \omega_s \sin(\theta_0)}{2} . \quad (11)$$

Q57. Donner une condition sur θ_0 pour que le système étudié se comporte comme un moteur. Donner le nom du régime suivi par le système dans le cas où cette condition n'est pas vérifiée.

Le rendement électromécanique d'un moteur entre la puissance de son alimentation électrique et la puissance mécanique qu'il fournit au rotor vaut $\eta_{\text{el}} = 0,6$.

Q58. Calculer numériquement la puissance électrique consommée par le moteur pour une voiture allant à une vitesse $v_0 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. On admettra qu'à cette vitesse la puissance à fournir par le moteur est de 12 kW.

Q59. Dédire du **document 2** un ordre de grandeur de la masse de CO_2 produite pour 100 km parcourus avec cette voiture. Commenter.

III.2 - Émissions liées à la production des batteries

La seconde source d'émissions carbone associée aux voitures électriques est le processus de production de la batterie. En fonction de la taille de la batterie, les émissions associées à ce processus peuvent être plus ou moins importantes. Nous nous intéresserons ici aux batteries des voitures citadines Zoé de la marque Renault, plutôt légères et faiblement émettrices de CO_2 lors de leur fabrication. Leurs caractéristiques sont données dans le **document 3** et leur principe de fonctionnement est décrit dans le **document 4**.

Document 3 - Caractéristiques de la batterie d'une Renault Zoé

| | |
|----------------------------------|-------|
| Nombre de cellules | 100 |
| Masse de lithium par cellule (g) | 42 |
| Masse de carbone par cellule (g) | 251 |
| Masse de cobalt par cellule (g) | 56 |
| Nombre maximal de cycles | 1 000 |

Tableau 4 - Caractéristiques de la batterie

Source : www.renaultgroup.com

On considèrera dans toute la suite que la batterie est maintenue à 298 K.

Q60. Préciser le rôle du milieu poreux.

Q61. Justifier l'attribution des noms d'anode et de cathode à chacune des électrodes.

Q62. Établir l'équation-bilan de fonctionnement d'une cellule.

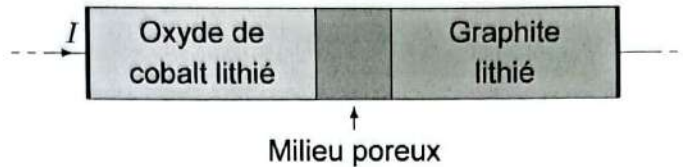
Q63. Exprimer les potentiels associés à chacun des couples.

Document 4 - Batteries Lithium-Ion

Les batteries Lithium-Ion (Li-Ion), ou accumulateurs Lithium-Ion, sont composées de plusieurs cellules associées en série. Chacune de ces cellules est constituée de deux électrodes :

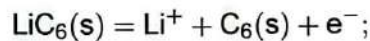
- une cathode en oxyde de cobalt lithié de formule LiCoO_2 ;
- une anode en graphite lithié de formule LiC_6 .

Ces électrodes sont produites par insertion d'atomes de lithium Li dans des cristaux d'oxyde de cobalt et de graphite. Ces deux cristaux hôtes sont séparés par un milieu poreux.

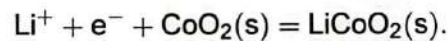


Au niveau de chaque électrode, les processus électroniques en jeu peuvent être modélisés par les demi-équations électroniques suivantes :

- à l'anode pour le couple Li^+/LiC_6 :



- à la cathode pour le couple $\text{CoO}_2/\text{LiCoO}_2$:



Les cellules sont utilisées sur deux phases :

- la décharge, lors de laquelle la batterie délivre un courant vers un circuit externe : elle fonctionne comme une pile ;
- la charge, lors de laquelle le circuit externe est remplacé par un générateur : elle fonctionne comme un électrolyseur.

Les utilisateurs et utilisatrices enchaînent des phases de charge et de décharge qui constituent des cycles. Le nombre de cycles que peut effectuer une batterie Li-Ion est limité ; la batterie atteint alors sa fin de vie, elle n'est plus utilisable.

Q64. Exprimer, puis calculer la tension à vide U d'une cellule. En déduire la valeur de la tension à vide de la batterie U_{bat} .

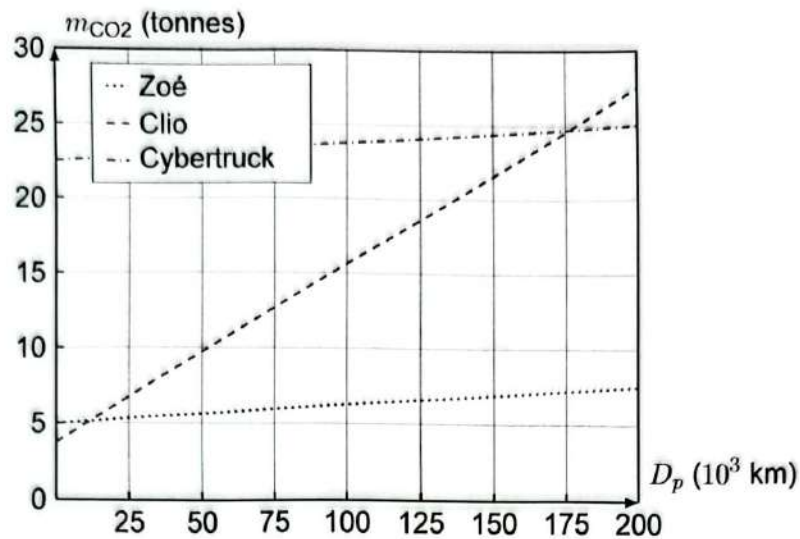
Pour la suite, on prendra la valeur $U_{\text{bat}} = 400 \text{ V}$ pour la tension à vide de la batterie.

La puissance délivrée par la batterie pour faire rouler la voiture à $v_0 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ est de 20 kW.

Q65. Calculer l'intensité I_{bat} du courant délivré par la batterie. En déduire la valeur de la durée de décharge totale de la batterie.

Q66. Pour une vitesse constante de v_0 , déterminer la distance totale qui peut être parcourue sur la durée de vie totale de la batterie.

On estime à 2 tonnes d'équivalent carbone les émissions liées à la fabrication de la batterie d'une Zoé, ces émissions s'ajoutant à celles issues de la fabrication du reste de la voiture portant le total à environ 5 tonnes. Pour conclure l'étude, nous avons représenté en **figure 6** les émissions carbone cumulées pour trois types de voiture : une voiture thermique Clio, une voiture électrique Zoé (dont les données sont issues des raisonnements que nous venons de mener) et le dernier SUV électrique produit par Tesla, le Cybertruck.



Source : Rapport ADEME sur les voitures électriques

Figure 6 - Émissions carbone cumulées pour trois types de véhicules (m_{CO_2} est la masse de CO_2 émise, D_p est la distance parcourue)

- Q67.** Préciser à partir de combien de kilomètres parcourus, il est plus intéressant d'utiliser une voiture électrique Zoé qu'une voiture thermique Clio du point de vue des émissions carbone. Conclure sur l'étude menée dans cette **partie III**, en comparant les phases de production et d'utilisation d'une voiture électrique.
- Q68.** Discuter la pertinence de développer des SUV électriques comme le Cybertruck pour répondre aux enjeux du changement climatique.

III.3 - Des batteries au lithium

Le lithium et le nickel cristallisent respectivement dans une structure cubique centrée et cubique à faces centrées comme représenté en **figure 7**. Leurs paramètres de maille respectifs sont notés a_{Li} et a_{Ni} .

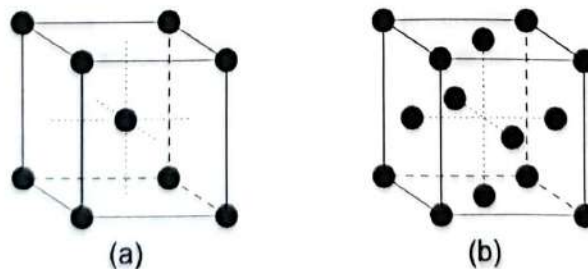


Figure 7 - Structures cristallines du lithium (a) et du nickel (b)

- Q69.** En comparant quantitativement leurs masses volumiques, justifier l'utilisation du lithium à la place du nickel pour la réalisation de batteries.

Données

- température minimale dans l'atmosphère : $T_{\min} = -85 \text{ }^\circ\text{C}$;
- température maximale dans l'atmosphère : $T_{\max} = 15 \text{ }^\circ\text{C}$;
- rayon terrestre $R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ km}$;
- masse volumique de l'octane : $\mu_{\text{oct}} = 700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- conversion cheval-vapeur en kW : $1 \text{ ch} = 0,74 \text{ kW}$;
- constante de Faraday : $\mathcal{F} = 1 \cdot 10^5 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- numéros atomiques : $Z(\text{H}) = 1$, $Z(\text{C}) = 6$, $Z(\text{N}) = 7$, $Z(\text{O}) = 8$;
- masses molaires : $M(\text{H}) = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M(\text{C}) = 12,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M(\text{O}) = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$,
 $M(\text{Li}) = 7,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M(\text{Ni}) = 59 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M_{\text{air}} = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- pression atmosphérique : $P_{\text{atm}} = 1,0 \text{ bar}$;
- paramètre de maille du Lithium solide : $a_{\text{Li}} = 350 \text{ pm}$;
- paramètre de maille du Nickel solide : $a_{\text{Ni}} = 352 \text{ pm}$.

Données thermodynamiques à 298 K

| Espèce physico-chimique | $\text{C}_8\text{H}_{18}(\text{g})$ | $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ | $\text{O}_2(\text{g})$ | $\text{CO}_2(\text{g})$ |
|---|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------|-------------------------|
| Enthalpie standard de formation ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$) | - 210 | - 240 | 0 | - 400 |

| Couple | Li^+/LiC_6 | $\text{CoO}_2/\text{LiCoO}_2$ |
|---|----------------------------|-------------------------------|
| Potentiel standard d'oxydoréduction (V) | - 3,05 | 0,65 |

- potentiel chimique standard de l'eau liquide : $\mu_{\ell}^{\circ} = -237 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- potentiel chimique standard de l'eau vapeur : $\mu_{\text{g}}^{\circ} = -229 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Formulaire

- un champ de vecteurs \vec{A} vérifie :

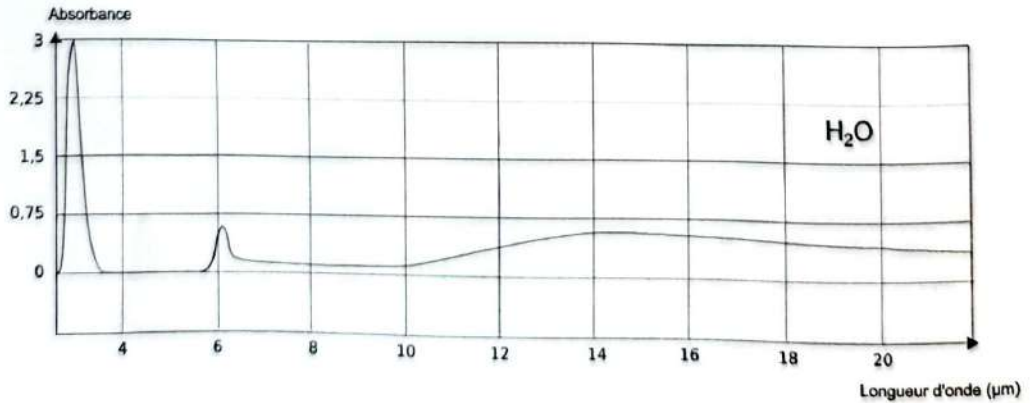
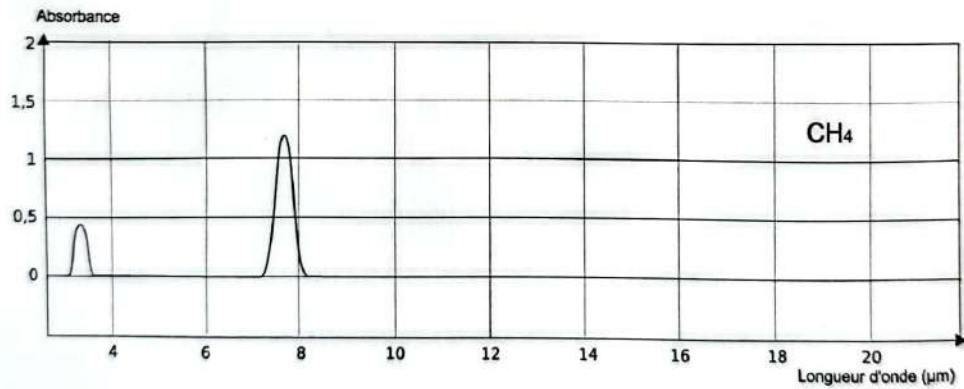
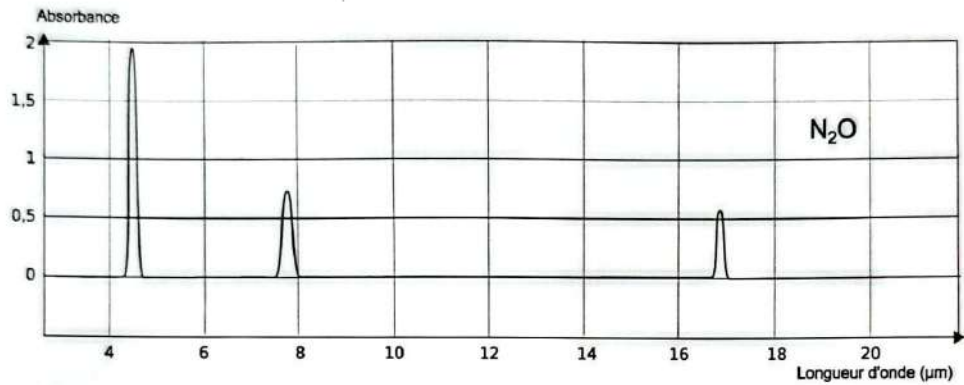
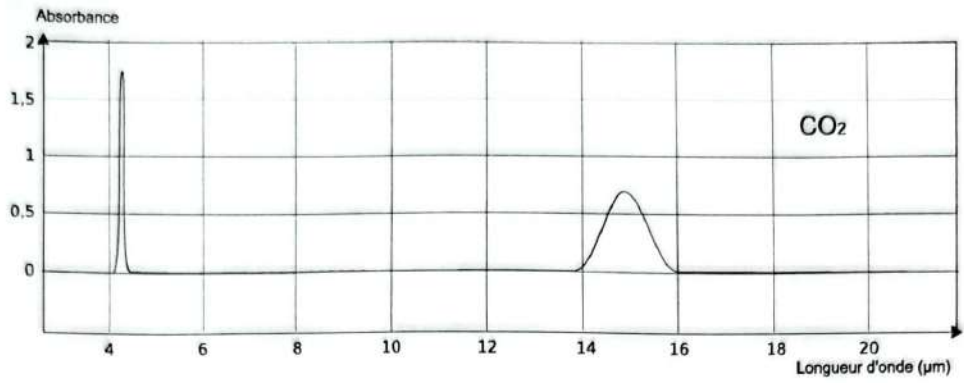
$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A} ;$$

- $\cos a \sin b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) - \sin(a-b)]$;
- surface d'un disque de rayon R : πR^2 ;
- surface d'une sphère de rayon R : $4\pi R^2$;
- volume d'une boule de rayon R : $\frac{4}{3}\pi R^3$;
- théorème de Stokes : soit \vec{A} un champ de vecteurs et Σ une surface appuyée sur un contour fermé \mathcal{C} et orientés en accord. \vec{A} vérifie :

$$\iint_{\Sigma} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \cdot \overrightarrow{dS} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{A} \cdot \overrightarrow{dl}.$$

ANNEXE 1

Spectres d'absorption de gaz à effet de serre



FIN