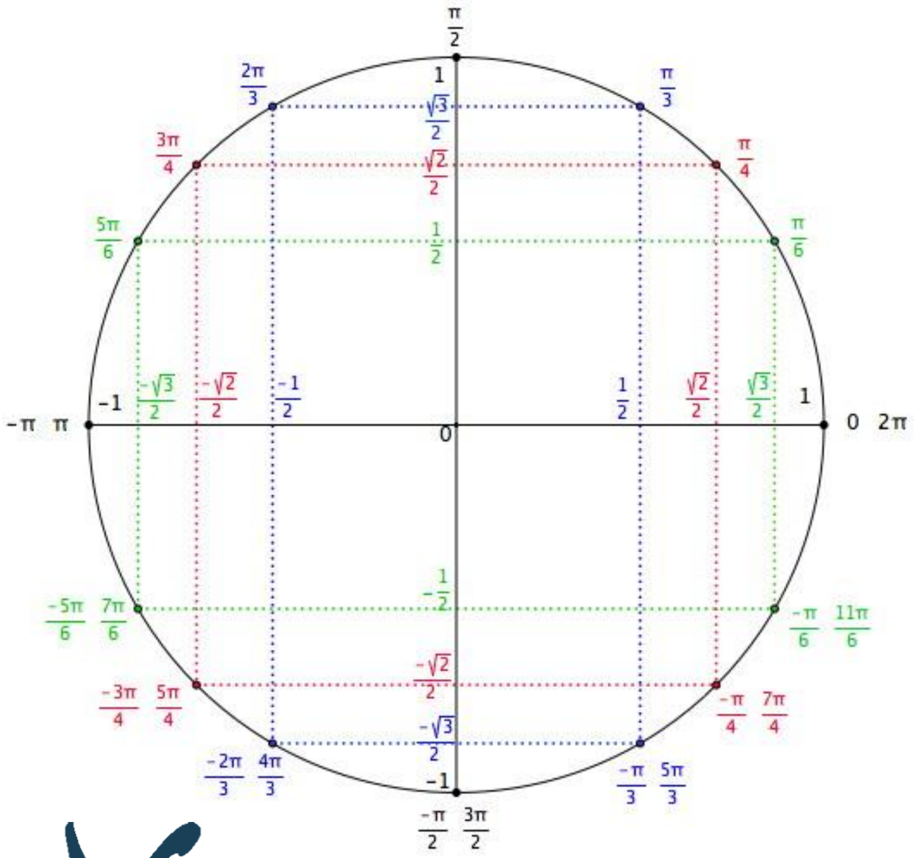
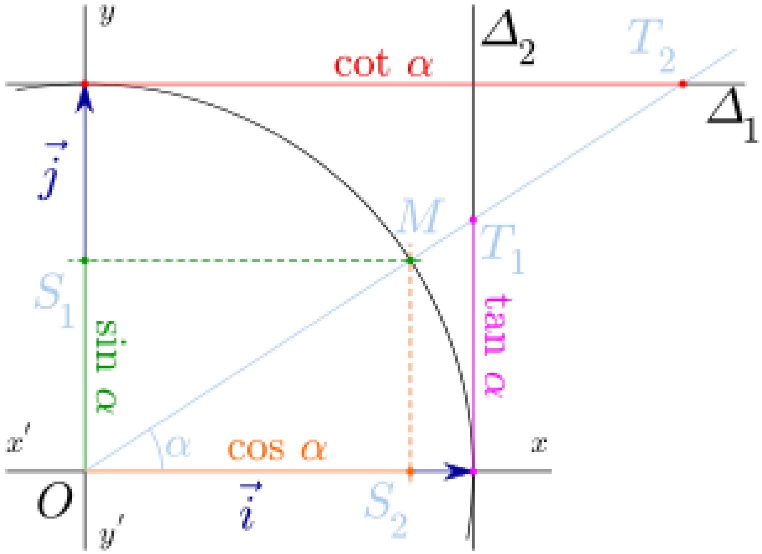
Trigonométrie

- Le cercle trigonométrique de centre O a pour rayon l’unité, est orienté dans le sens direct (ou positif) donc dans le sens inverse des aiguilles d’une montre. Son périmètre est 2π. α est une mesure de l’angle orienté $(\vec{\imath}, \overrightarrow{OM})$

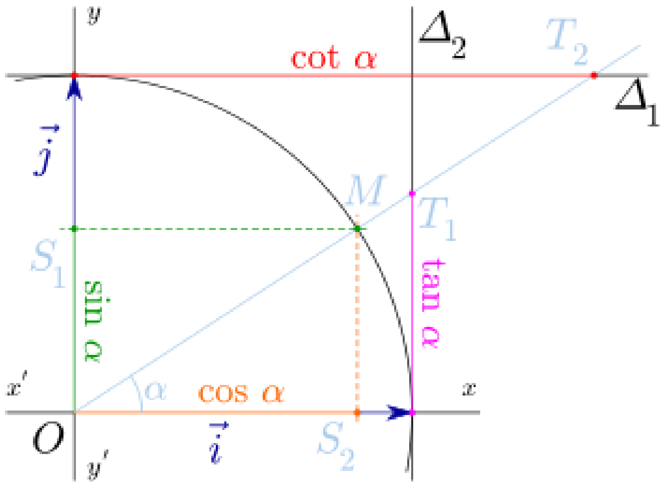




- *Equation du cercle trigonométrique :*

$pour\ tout\ \alpha \in R, cos(\alpha)^2 + sin(\alpha)^2 = 1$

$(équation\ du\ cercle :\ (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2)$

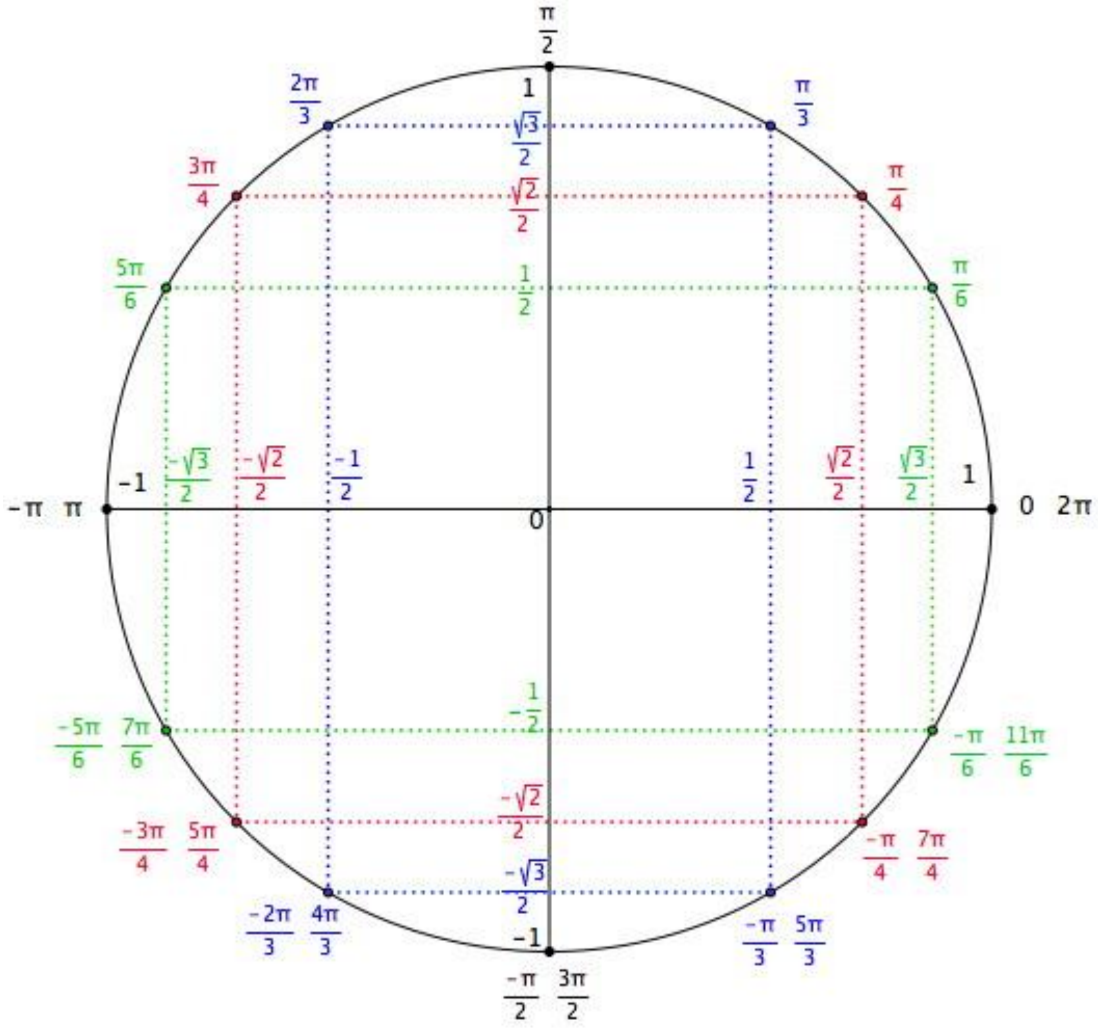


Cos(2π+x)=cos(x)	Cos(π+x)=-cos(x)	Cos(-x)=cos(x)	Cos(π/2+x)=-sin(x)
Cos(π-x)=-cos(x)	Cos(π/2-x)=sin(x)	sin(2π+x)=sin(x)	sin(π+x)=-sin(x)
sin(π/2+x)=cos(x)	sin(-x)=-sin(x)	sin(π-x)=sin(x)	sin(π/2-x)=cos(x)

Formules d'addition :

$$Cos(a+b) = \cos(a) * \cos(b) - \sin(a) * \sin(b)$$
$$Cos(a-b) = \cos(a) * \cos(b) + \sin(a) * \sin(b)$$
$$Sin(a+b) = \sin(a) * \cos(b) + \sin(b) * \cos(a)$$
$$Sin(a-b) = \sin(a) * \cos(b) - \cos(a) * \sin(b)$$

$\cos(\pi+x)=-\cos(x)$ et $\sin(\pi/2-x)=\cos(x)$



- $Cos(2a) = \cos(a)^2 - \sin(a)^2 = 1 - 2 * \sin(a)^2 = 2 * \cos(a)^2 - 1$
- $Sin(2a) = 2 * \sin(a) * \cos(a)$
- $On\ a\ les\ formules\ de\ linéarisation\ suivantes :$

$$\cos(x)\cos(y) = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$$

$$\sin(x)\sin(y) = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}$$

$$\sin(x)\cos(y) = \frac{\sin(\mathrm{x}+\mathrm{y}) + \sin(\mathrm{x}-\mathrm{y})}{2}$$

Mister PREPA X

- $Avec\ p = a + b\ et\ q = a - b,\ on\ a\ les\ formules\ de\ factorisation :$

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 * \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) * \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos(p) - \cos(q) = -2 * \sin(\frac{p+q}{2}) * \sin(\frac{p-q}{2})$$

$$\sin(p) + \sin(q) = 2 * \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) * \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p) - \sin(q) = 2 * \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) * \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

- $Le\ cas\ a * \cos(x) + b * \sin(x)\ avec\ (a, b)\ des\ réels\ non\ nuls$

$$On\ note\ r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a * \cos(x) + b * \sin(x) = r * [\left(\frac{a}{r}\right) * \cos(x) + \left(\frac{b}{r}\right) * \sin(x)]$$

$$On\ a : \left(\frac{a}{r}\right)^2 + \left(\frac{b}{r}\right)^2 = 1 = \cos(\alpha)^2 + \sin(\alpha)^2$$

$$Vous\ reconnaissez\ dès\ lors :\ a * \cos(x) + b * \sin(x) = r * \cos(x - \alpha)$$

- *Quelques petits exercices :*

1. *Trouver la valeur de* $\cos(7\pi/4)$
2. *Exprimer* $\cos(3x)$ *et* $\sin(3x)$ *sous forme de polynôme en* $\cos(x)$ *et* $\sin(x)$
3. *Linéariser* $\cos(x)^3$
4. *Factoriser* $2 * \sin(x) * \cos(x) + \sqrt{3} * \cos(2x)$

- *Indices* :

1. Essayer à tatons de trouver un moyen d'écrire sous forme d'une somme ou différence des angles remarquables la valeur de l'angle $7\pi/4$
2. $3x = x + 2x$
3. $2\cos(a)^2 - 1 = Cos(2a)$ et formule de linéarisation
4. $Sin(2a) = 2 * sin(a) * cos(a)$ et vous vous retrouvez avec le fameux cas spécial…