Nombres réels

- $N \ = \ \{0, 1, 2, \dots .\}$
- $Z \ = \ \{\dots, -2, -1,0,1,2, \dots .\}$
- $Q \ = \ \{p/q \ ; \ \mathrm{p} \in Z, q \in N^*\}$
- $R \ = \ ensemble\ des\ réels$
- $x * y = 0 \ \leftrightarrow x = 0 \ ou \ y = 0$
- Convention : $0^0 = 1$
- $a \in R^* \ et \ n \in Z$:

$$n = 0 : a^0 = 1,$$
$$n > 0 : a^n = a \ * a * \cdots * a,$$
$$n < 0 : a^n = (\frac{1}{a})^{|n|}$$

- $(a,b) \in R^2$ et $(n,m) \in Z^2$:

$$a^n * a^m = a^{n+m},$$

$$a\ dans\ R^*, (\frac{a^n}{a^m}) = a^{n-m}$$

$$a^n * b^n = (a * b)^n$$

$$b\ dans\ R^*, (\frac{a^n}{b^n}) = (\frac{a}{b})^n$$

$$(a^n)^m = a^{n*m}$$

- $(a+b)^2 = a^2 + 2 * a * b + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2 * a * b + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- $(a+b)^3$ = ? Binôme de Newton…
- $(a-b)$ est toujours facteur de $a^n - b^n$

- $On\ a : x < y\ avec\ x\ et\ y\ des\ réels$

$$x + z < y + z\ pour\ z \in R$$
$$x * z < y * z\ pour\ \ z \in R_+^*$$

- $On\ a :$

$$(x, y) \in {R_+^*}^2 ou\ (x, y) \in {R_-^*}^2, x < y\ \ \rightarrow 1/y < 1/x$$

$$x \leq y\ \ \rightarrow\ \ x * z \geq y * z\ pour\ \ z \leq 0$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq y \\ 0 \leq u \leq v \end{cases} alors\ x * u \leq y * v \text{ pour } (x, y, u, v) \in R_+^4$$

- $Fonction\ valeur\ absolue : x \in R\ \ \ , |x| = \max(x, -x)$
- $Valeur\ absolue : a \in R, |x| < a \leftrightarrow -a < x < a$
- $Inégalités\ triangulaires : (x, y) \in R, |x + y|\ \ \leq |x| + |y|$

$$|x - y|\ \ \geq\ \ \big||x| - |y|\big|$$

- $Equation\ ultra\ classique : pour\ a \in R^+,\ b^2 = a\ \ \leftrightarrow\ \ b = \sqrt{a}\ ou\ \ -\sqrt{a}$
- $x \in R\ \ \ , \sqrt{x^2} = |x|$

- $(x,y) \in R_+ , \sqrt{x * y} = \sqrt{x} * \sqrt{y}$ *et avec* $y \in R_+^*,\ \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

- *Soit f une fonction croissante sur R avec x et y des réels :*

$$si\ x \leq y\ alors\ f(x) \leq f(y)$$

- *Résolution d'équation du second degré :* $ax^2 + bx + c = 0$

$$Calcul\ de\ \Delta = b^2 - 4*a*c$$

$Si\ \Delta > 0 :\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2*a}$

$Si\ \Delta = 0 :\ x_0 = \frac{-b}{2*a}$

$Si\ \Delta < 0 : x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2*a}$

Les formes factorisées sont :

- $ax^2 + bx + c = a * (x - x_1)(x - x_2)$ *pour delta non nul*
- $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$ *pour delta nul*

- Quelques petits exercices :

1. Factoriser : $f(x) = x^4 + x^2 + 1$
2. Résoudre dans R : $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1 = 0$
3. Montrer que $\frac{2*x*y}{x+y} \leq \sqrt{x*y} \leq \frac{x+y}{2}$ avec x et y > 0
4. Résoudre dans R : $|3x - 5| \leq 5$

Astuces :

1) Penser aux Identités remarquables ☺
2) $b^2 = a$ et on veut les solutions dans R !
3) Commencer par montrer la partie gauche de l'inégalité puis la partie droite
4) Mettez l'inéquation au carré (la fonction carrée est croissante !)

Mister PREPA X

RDV Jeudi!

Abonnez-vous !