LIMITES DE FONCTIONS

Mister PREPA X

LIMITES DE FONCTIONS

- $Quand\ x\ tend\ vers\ +\infty, f\ tend\ vers\ +\infty\ si\ pour\ tout\ réel\ A\ il\ existe\ un\ réel\ a\ tel\ que,\ \forall\ x\ >\ a, f(x)\ >\ A.$
- $On\ note\ cette\ limite :\ \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty\ ou\ f(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$
- $Soit\ a\ un\ réel\ dans\ \bar{I}\ et\ l \in R.\ On\ dit\ que\ f\ admet\ pour\ limite\ l\ en\ a,\ noté\ \lim_{x\to a} f(x) = l\ lorsque :$

$$\forall \varepsilon > 0, \exists\ \alpha > 0, \forall\ x\ \in I, |x-a| \leq \alpha\ \rightarrow |f(x) - l| \leq\ \varepsilon$$

Amusez-vous à trouver par exemple la définition de $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$

LIMITES DE FONCTIONS

$Soient\ f\ et\ g\ définies\ sur\ un\ domaine\ I, a\ un\ élément\ ou\ une\ extrémité\ infinie\ de\ I,$
$l\ et\ l'\ sont\ des\ nombres\ réels\ ou\ infinis\ et\ k \in R^*.$
$On\ suppose\ \lim_{x \to a} f(x) = l\ et\ \lim_{x \to a} f(x) = l'\ On\ a\ les\ opérations\ suivantes :$

$\lim_{x \to a} k * f(x) = k * l$	$Si\ l' \neq 0, \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{l}{l'}$
$\lim_{x \to a} f(x) + g(x) = l + l'$	$Si\ l = 0^+, \lim_{x \to a} \frac{1}{f(x)} = +\infty$
$\lim_{x \to a} f(x) * g(x) = l * l'$	$Si\ l = 0^-, \lim_{x \to a} \frac{1}{f(x)} = -\infty$

Mister PREPA X

LIMITES DE FONCTIONS

- $4\ formes\ indéterminées:\ \infty - \infty, \quad 0 \times \infty, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad \frac{0}{0}$
- $Encadrement\ de\ limites:$

$Soient\ f, g, h, des\ fonctions\ définies\ sur\ I\ avec\ a\ un\ élément\ ou\ une\ extrémité\ infinie\ de\ I.$

$$\begin{cases} au\ voisinage\ de\ a, g(x) \leq f(x) \leq h(x) \\ \lim_{x \to a} g(x) = l\ et\ \lim_{x \to a} h(x) = l \end{cases} \to \lim_{x \to a} f(x) = l$$

$$\begin{cases} au\ voisinage\ de\ a, g(x) \leq f(x) \\ \lim_{x \to a} g(x) = +\infty \end{cases} \to \lim_{x \to a} f(x) = +\infty$$

LIMITES DE FONCTIONS

- $Croissances\ comparées$:

$$\lim_{x\to 0^+} x * \ln(x) = 0$$

$$\lim_{x\to -\infty} x * \exp(x) = 0$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$$

- $Taux\ de\ variation$:

$$Soit\ f\ une\ fonction\ dérivable\ en\ a.\ On\ a :$$

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

LIMITES DE FONCTIONS

- $Quelques\ petits\ exercices$:
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\exp(\exp(x))}{\exp(x)} = ?$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\cos(x)+x^2}{\ln(x)} = ?$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{ln(x)^2 * \cos(x)+x^2+\exp(-x)}{\ln(x)^3} = ?$
- $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\exp(\cos(x))-\exp(1)}{x} = ?$

LIMITES DE FONCTIONS

- *Indices :*
- *Changement de variable*
- *Encadrement*
- *Encadrement*
- *Taux de variation*

Mister PREPA X