Equations

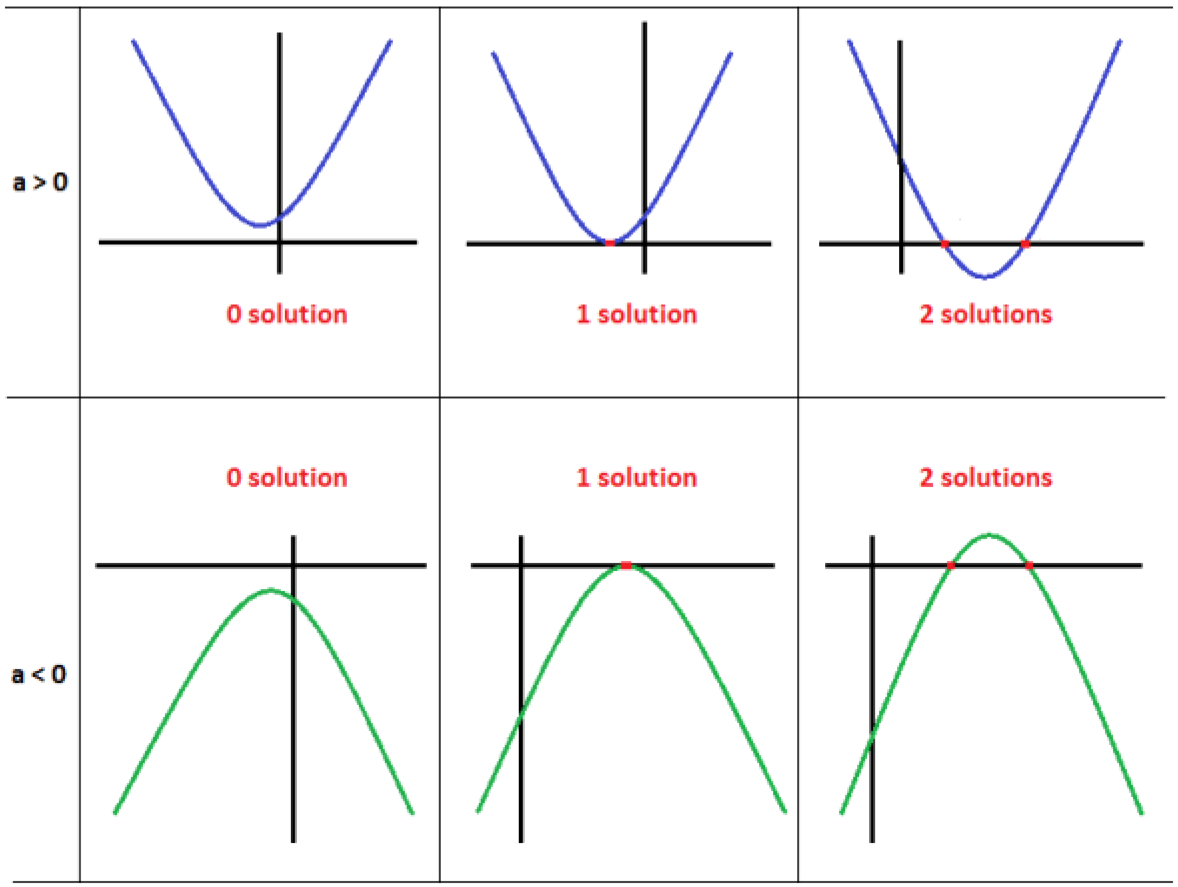
- $Fonction\ polynomiale : P(x) = a_0 + a_1 * x + \cdots + a_n * x^n\ avec\ a_i\ des\ réels$
- $ordre \neq degré$
- $Racine\ a\ d'un\ polynôme : On\ dit\ que\ a\ est\ racine\ de\ P\ si\ P(a) = 0.$
- $Une\ équation\ polynomiale\ de\ degré\ n\ a\ n\ solutions\ dans\ C, comptées\ avec\ multiplicité.$
- $On\ peut\ écrire\ aussi : P(x) = a_n * (\mathrm{x} - x_1) * \cdots * (x - x_n)\ avec\ les\ x_i\ solutions\ de\ P(x) = 0.$
- $a\ est\ racine\ de\ P \leftrightarrow P\ est\ divisible\ par\ (x - a)$
- $Forme\ canonique\ second\ degré :$

$$
\begin{aligned}
P(x) &= a * x^2 + b * x + c \\
&= a * \left[x^2 + \frac{b}{a} * x + \frac{c}{a}\right] \\
&= a * \left[\left(x + \left(\frac{b}{2a}\right)\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right] \\
&= a * [\left(x + \left(\frac{b}{2a}\right)\right)^2 - \frac{(b^2 - 4\mathrm{ac})}{4\mathrm{a}^2}]
\end{aligned}
$$

- $Exemple : \quad x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

- Allure graphe du second degré et tableau de signes

$\Delta < 0$ $\Delta = 0$ $\Delta > 0$



- *Source : methodemaths.fr*

- Résoudre une équation de degré 3 ou plus :

1. Utiliser un changement de variable
2. Trouver une (ou des) racine(s) évidente(s) puis factoriser, développer et identifier suivant le degré.

- Résoudre une équation dans C du type $a_n z^n + \cdots + a_0 = 0$:

1. On peut poser z sous forme algébrique, exponentielle et trigonométrique et identifier partie réelle et imaginaire puis résoudre normalement.

- Quelques petits exercices :

1. Résoudre dans R $x^3 - 5x - 4$ = 0
2. Résoudre l'inéquation $x^2 - 2x + 1 > 0$, faire un tableau de signe puis un dessin rapide de la courbe
3. Résoudre dans C, $5i\bar{z} + 2z = 2 + 3i$
4. Déterminer m ∈ R pour que $\forall x \in R\ (2 * m - 3)x^2 - 2 * m * x - 1 < 0$

- Indices :

1. Trouvez une racine évidente a, vous aurez $(x - a) * (\mathrm{a}x^2$+b*x+c) et identifiez avec le polynôme d’origine pour trouver a,b et c.
2. Indentité remarquable ! Très rapide !
3. Posez z=x+iy puis identifiez partie réelle et imaginaire
4. Calculez Δ puis trouvez les conditions sur m pour que $\Delta<0$